小論文

将来の土木工学において重要と考えられる技術革新を 1 つ取り上げ，その技術革新に必要な技術的課題と，技術革新が実現した場合の社会に対する効果・影響について論ぜよ（1200 字以内）.

1 数学（微分・積分）

1. $y = x^2 e^{-x}$ のすべての臨界点（停留点）を求め, 極値が最大値か最小値かを判定せよ.

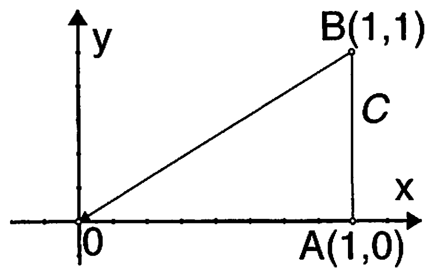
2. 次の級数が収束するか発散するかを調べよ.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \cdots$$

3. 次の線積分を求めよ.

$$L = \oint_C (2xydy - x^2dx)$$

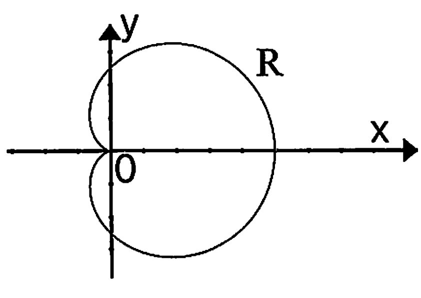
ここで，C は，図に示すように頂点が O(0,0), A(1,0), B(1,1) の三角形の 3 辺で構成される.



4. 次の定積分を求めよ.

$$I = \iint_R ydxdy$$

ここで, R は, 図に示される曲線 $r = 2a(1 + \cos\theta)$ によって囲まれる領域とし,
r, θ は極座標, a は定数とせよ.



2 数学（線形代数）

1. ベクトル

$$\mathbf{v}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

が与えられるとき，以下の問いに答えよ．

(1) ベクトル

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

が $\mathbf{v}_1$ と $\mathbf{v}_2$ の線形結合で表されることを示せ．

(2) ベクトル

$$\mathbf{w} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

が $\mathbf{v}_1$ と $\mathbf{v}_2$ の線形結合で表されないことを示せ．

2. 行列

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) 固有値と，それぞれの重複度を求めよ．

(2) 各固有値に対応する固有ベクトルを求めよ．

(3) $\mathbf{A}$ が対角化できることを示せ．

(4) 固有空間の次元を答えよ．

3. 3次の正方行列 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ の行列式が，それぞれ $\det \mathbf{A} = 3$, $\det \mathbf{B} = -2$ のとき，(a) $\det(\mathbf{AB})$, (b) $\det(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})$, (c) $\det(2\mathbf{A})$ を求めよ．

3 数学（確率・統計）

1. 以下の関数を考える．

$$G(x)=\begin{cases}0 & (x<0)\\ 2x^2-x & (0\le x\le 1)\\ 1 & (x>1)\end{cases},\qquad H(x)=\begin{cases}0 & (x<0)\\ 1-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right) & (0\le x\le 1)\\ 1 & (x>1)\end{cases}$$

(1) これらの関数をプロットせよ．

(2) これらの関数の中で確率分布関数となりうるものを選び，$F(x)$ とせよ．選んだ理由も明記せよ．

(3) (2) で求めた確率分布関数 $F(x)$ に従う確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ を求めよ．

(4) (3) の確率変数 X の平均を求めよ．

2. 以下の様な，変数 x の標本データ x_i を考える．

3　1　4　3　4　4　3　4　2　4

(1) このデータの度数分布を求めよ．

(2) このデータの平均と分散を求めよ．

(3) 度数を y とする場合に，(x, y) を最小二乗近似する原点を通る直線 $y = ax$ を求めよ．ただし，a は定数とする．

3. コインと赤玉 1 個，青玉 1 個，白玉 3 個が入った箱を使ったゲームを行う．参加者はゲームの開始時点で，コインを 6 枚持っている．このゲームでは，コイン 5 枚を支払い，箱の中の 5 個の玉の中から 2 個の玉を取り出し，出た玉に応じてコインを受け取ることを 1 セットとする．取り出した赤玉 1 個に対しコインを 5 枚，青玉 1 個に対しコインを 2 枚，白玉 1 個に対しコインを 1 枚それぞれ受け取る．

(1) 1 セット目終了後に受け取るコインの枚数 y の確率分布を求めよ．

(2) 2 セット目終了後に残るコインの枚数 z の確率分布を求めよ．ただし，2 セット目開始時点でコイン 5 枚を持っていない場合には，コインを 1 枚支払い，コインを獲得できずに，2 セット目を終了する．

4 弾性体と構造の力学 (1)

図 1 のような等方均質な線形弾性体の円板が一様な平面応力状態にあり，応力テンソルが次のようであったとする．

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 7 \end{bmatrix} \qquad \text{(MPa)}$$

ここに，平面応力状態における等方線形弾性体の構成式は次式のように与えられる．γ_{12} は工学せん断ひずみであり，G はせん断弾性係数である．

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}$$

以下の問いに答えよ．

1. 主応力 σ_1，σ_2 とその主方向の単位ベクトル $\boldsymbol{n}^{(1)} = \begin{Bmatrix} n_1^{(1)} \\ n_2^{(1)} \end{Bmatrix}$，$\boldsymbol{n}^{(2)} = \begin{Bmatrix} n_1^{(2)} \\ n_2^{(2)} \end{Bmatrix}$ を求めよ．
2. ヤング率を $E = 1000$ GPa，ポアソン比を $\nu = 0.2$ とするとき，主ひずみ ε_1，ε_2 を求めよ．
3. ひずみテンソルに対応する Mohr 円を描き，それを用いて x_1 方向のひずみゲージ G が感知する軸ひずみ ε_G を求めよ．
4. ひずみテンソル $[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix}$ を求めよ．ただし，$\sqrt{3} \simeq 1.7$ を用いよ．

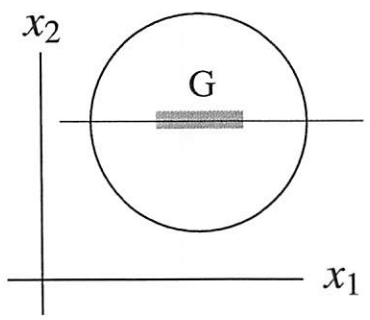


図- 1:

5 弾性体と構造の力学 (2)

1. C 点に集中荷重 P が作用する図-1 の構造物について，以下の問いに答えよ．ただし，全ての部材の曲げ剛性を EI (=const.) とする．
   (1) C 点の鉛直変位を求めよ．
   (2) B 点の鉛直変位を求めよ．

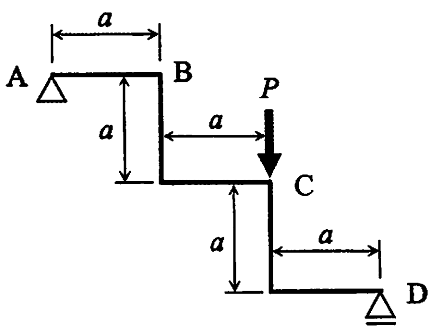


図-1

2. C 点に集中荷重 P が作用する図-2 のはりについて，以下の問いに答えよ．ただし，はりの曲げ剛性を EI (= const.) とする．
   (1) A 点の反力を求めよ．
   (2) C 点の鉛直変位を求めよ．

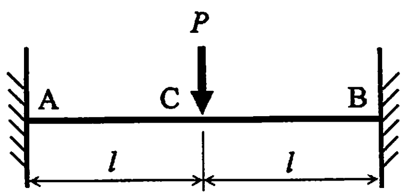


図-2

6 地盤とコンクリート (1)

1. 次の用語を説明せよ．説明の際は模式図を用いてもよい．

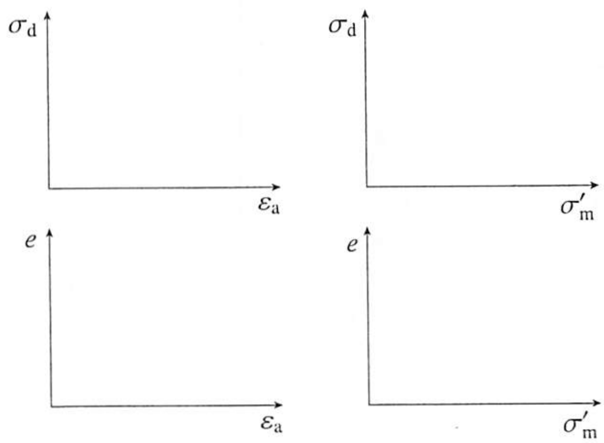
   (1) 粒径加積曲線

   (2) 締固め曲線

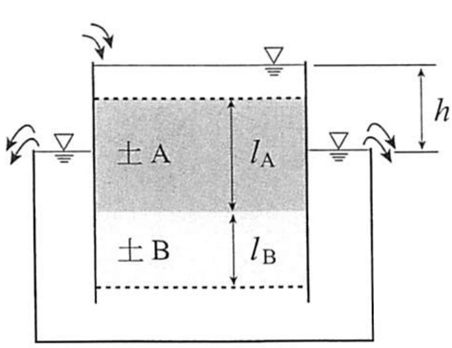
   (3) ヒービング

   (4) 杭の負の摩擦力（ネガティブフリクション）

2. 砂質土について異なる密度で排水三軸圧縮試験を行ったとき，軸圧縮過程において密な砂と緩い砂のそれぞれにみられる典型的なせん断挙動を，下の 4 つのグラフに示すパラメータ間の関係として描け．ここで，軸方向応力を σ_1，側方向応力を σ_3，間隙水圧を u とし，軸圧縮過程で σ_3 と u は一定とする．σ_1 および σ_3 それぞれの有効応力を σ'_1, σ'_3 とする．$\sigma'_\mathrm{m} = (\sigma'_1 + 2\sigma'_3)/3$ は平均有効応力，$\sigma_\mathrm{d} = \sigma'_1 - \sigma'_3$ は主応力差（軸差応力），e は間隙比，ε_a は軸ひずみである．



3. 図に示すように，透水係数が異なる土 A と土 B で構成される二層構造を有する土の円柱供試体について定水位透水試験を行った．円柱供試体の断面積は $S = 100\,\mathrm{cm}^2$ である．水位差は $h = 10\,\mathrm{cm}$ とした．土 A と土 B の透水係数 $k_\mathrm{A}, k_\mathrm{B}$ および層厚 $l_\mathrm{A}, l_\mathrm{B}$ は以下の通りである．このとき，単位時間あたりの流量 $Q\,(\mathrm{cm}^3/\mathrm{s})$ を求めよ．



土 A： $k_\mathrm{A} = 2.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{cm/s}$,　$l_\mathrm{A} = 10\,\mathrm{cm}$

土 B： $k_\mathrm{B} = 1.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{cm/s}$,　$l_\mathrm{B} = 5\,\mathrm{cm}$

7 地盤とコンクリート（2）

1. 図-1に示すように，床に固定された剛なフーチングを有する一様断面，一様配筋の鉄筋コンクリート橋脚に対し，一定軸力を作用させながら橋脚に破壊が生じるまで水平変位を徐々に増加させる．このとき，以下の問いに答えよ．
   (1)橋脚に生じ得る主に 2 つの破壊形態を対象に，それぞれの損傷の進展特性について，摸式図を示しながら説明せよ．
   (2)(1)に示した 2 つの破壊形態それぞれを対象に，橋脚に作用させる水平荷重と橋脚の水平変位の関係について，摸式図を示しながら説明せよ．
   (3)橋脚の水平荷重－水平変位の関係を表す代表的な数学モデルを 1 つとりあげ，模式図を示しながらモデルの特徴を説明せよ．

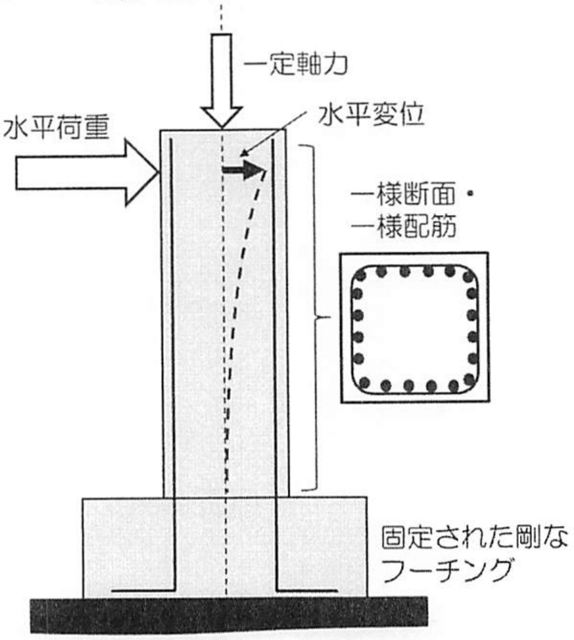


図-1　一定軸力下で水平荷重を受ける一様断面，一様配筋の鉄筋コンクリート橋脚

2. 鉄筋コンクリート部材の「凍害」について，以下の問いに答えよ．
   (1)凍害による劣化メカニズムを説明せよ．
   (2)建設時に実施する凍害の影響を低減するための方法および凍害が発生した部材に対する劣化進展抑制のための方法の中から，それぞれ 1 つずつとりあげ，それらのメカニズムを説明せよ．

3. 次のコンクリート工学に関する専門用語を説明せよ．
   (1) 塑性率
   (2) 等価応力ブロックモデル
   (3) 自己充填コンクリート
   (4) ひびわれ誘発目地

8 水理学（1）

図は風洞と呼ばれる実験装置であり，この中に円柱を水平に設置して，その回りの流れを調べている．図中の記号および空気の密度ρ_a，水の密度ρ_w，油の密度ρ_o，重力加速度gを用いて，以下の問いに答えよ．ただし，摩擦によるエネルギー損失を無視する．

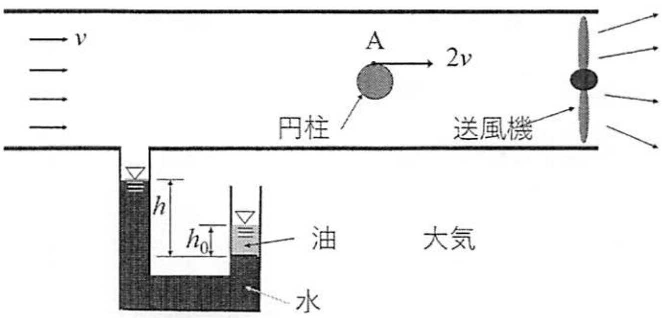


図-1　風洞内の空気の流れ

1. 図中のマノメータの液面高さhを求めよ．
2. 風洞中に置かれた円柱の表面Aでの速度が$2v$であった．A点に作用する圧力p_Aを求めよ．

9 水理学 (2)

図-1 に示すように，貯水池 1 から貯水池 2 まで管路 A と B で水を流している．両貯水池とも，十分に大きく，水面の変化が無視できるとする．各管路の直径 d，長さ l，摩擦損失係数 f，形状損失係数 K を表-1 と表-2 に示す．摩擦損失と形状損失を考慮し，管路 B での流速 v_B と流量 Q を求めよ．解答は表-1 に定義された記号，水位差 H および重力加速度 g を用いること．

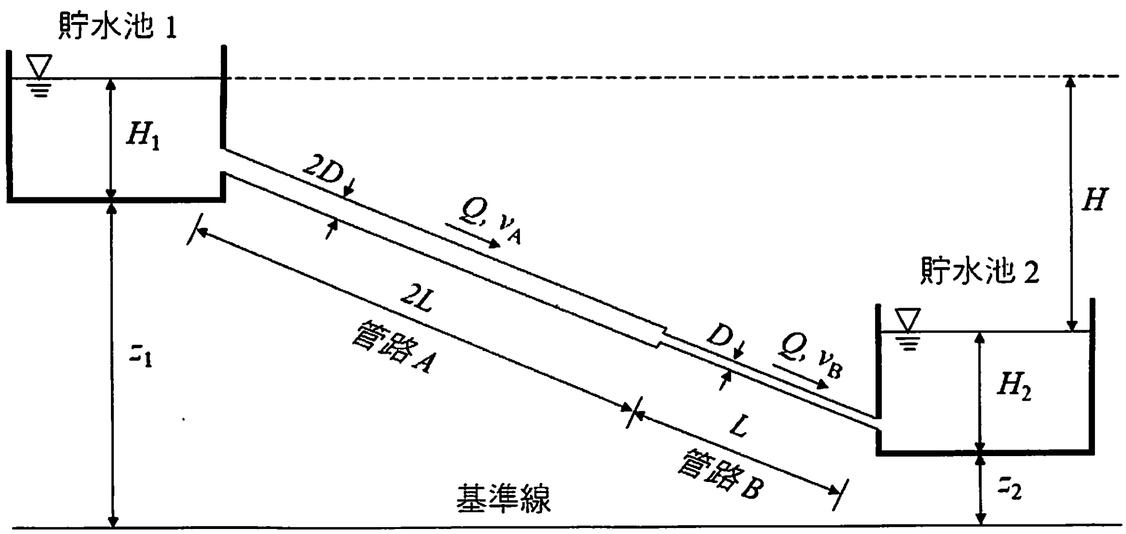


図-1　貯水池 1 から貯水池 2 までの流れの条件

表-1 管路の条件

管路	直径 d	長さ l
A	$2D$	$2L$
B	D	L

表-2 摩擦損失係数と形状損失係数

摩擦損失係数 f	形状損失係数 K		
	入口	急縮	出口
0.05	0.5	0.4	1.0

10 水質と環境（1）

1. 凝集について以下の各問に答えよ．

(1) 凝集剤としてよく使われるものを２つあげよ．

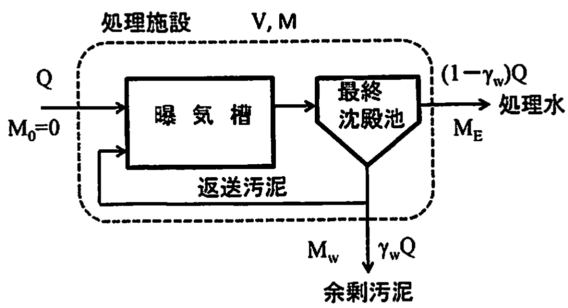
(2) ビーカーに原水をいれ，撹拌して最適な凝集剤注入量を調べる試験を何というか．

(3) 凝集剤と原水中のアルカリ分との反応を示す以下の反応式を完成させよ．

$$\quad + 3CaCO_3 \cdot H_2CO_3 = \quad + 3CaSO_4 + 6CO_2$$

(4) 凝集を促す撹拌強度はＧ値で評価される．Ｇ値は $G=(W_0/\mu)^{1/2}$ であり，W_0 は単位体積単位時間当たりの仕事($g \cdot cm^{-1} \cdot sec^{-3}$)，$\mu$ は水の粘性係数($g \cdot cm^{-1} \cdot sec^{-1}$)である．容積 V ($cm^3$) を持つ撹拌池において W_0 を，水の密度 ρ (g/cm^3)，撹拌翼の抵抗係数 C_D，撹拌翼の総面積 A (cm^2)，水に対する撹拌翼の相対速度 v (cm/sec) を用いて求めよ．

2. 廃水の生物処理について処理施設の汚泥収支は，右の図のように描ける．Ｍは汚泥濃度，Ｑは処理廃水流量，γ_W は余剰汚泥引き抜き率，Ｖは処理施設の有効容積である．添え字のＷ，Ｅおよび０は汚泥の引き抜き，流出水，流入水を表す．流入汚泥濃度が０のとき，次の各問に答えよ．



(1) この施設の水理学的滞留時間 HRT を求めよ．

(2) 排水処理において微生物の単位量当たりの除去対象汚濁物質の負荷量を一般に何と呼ぶか答えよ．

(3) 曝気の方式について簡単に説明せよ．

(4) この施設の固形物滞留時間 SRT を求めよ．

11 水質と環境 (2)

1. 廃水処理に関する以下の問いに答えよ。
   (1) 水質評価指標の 1 つに化学的酸素要求量 COD がある。COD について説明せよ。
   (2) COD を測定する時に用いられる酸化剤について 2 つ挙げ、それぞれの特徴を説明せよ。
   (3) プロピオン酸 (CH_3CH_2COOH) 酸化の化学量論式を書け。
   (4) プロピオン酸を 1,000 mg/L 含む廃水の理論的 COD 量を求めよ。
   (5) この廃水が嫌気的条件下でメタンと二酸化炭素に転換された場合のバイオガス中のメタンガス濃度を求めよ。ここで、バイオガスの液中への溶解はないものと仮定する。

2. 以下の言葉を簡潔に説明せよ。
   (1) マイクロプラスチック
   (2) 環境アセスメント

12　生物と生態（1）

1．次の生物およびそれぞれの典型的代謝反応を説明せよ．

（1）　硝化細菌
（2）　従属栄養生物
（3）　シアノバクテリア

2．生態系におけるエネルギーの流れと栄養素の循環を図示せよ．その循環に関わる代謝特性に基づき３つに分類される生物群についてそれぞれの働きを説明せよ．

13 生物と生態 (2)

1. 以下の地球環境問題が生態系に及ぼす影響を簡潔に説明せよ.
   (1) 地球温暖化（150 字程度）
   (2) オゾン層の破壊（150 字程度）
   (3) 熱帯林の減少（150 字程度）

2. 以下の自然保護対策の基本的方向に関して，その意義を簡潔に説明せよ.
   (1) 循環を基調とする社会システムの実現（150 字程度）
   (2) 自然と人間の共生の確保（150 字程度）
   (3) すべてのステークホルダーの積極的な参加の実現（150 字程度）
   (4) 国際的な取り組みの推進（150 字程度）

14 交通(1)

何も走っていない道路の起点から，一定の交通流率 q の需要が流れ始めた．この道路には，起点の下流に交通流率が q_b のボトルネックがあり，$q > q_b$ なので，ボトルネックを先頭にした渋滞が発生する．

まず，待ち行列は長さを持たない *Point Queue* として，次の問いに答えよ．ただし，最初の車がボトルネックに到着した時刻を，時刻 0 とする．

(1) 時刻 t におけるボトルネックの待ち台数 M を求めよ．

以降は，待ち行列が長さを持つ *Physical Queue* として，次の問いに答えよ．ただし，渋滞は起点まで延伸しないものとする．

(2) この道路が，図 1 のような交通流率－交通密度の関係を持つとき，渋滞の延伸速度を求めよ．また，この延伸速度を図 2 のタイムスペース図に記入せよ．

(3) 時刻 t における *Physical Queue* の待ち台数（渋滞の中の台数）N は，設問(1)の *Point Queue* における待ち台数 M より多いか少ないかを理由とともに答えよ．

(4) M と N の比を求めよ．

(5) 最初の車から時間 t 後に起点を出発した車が渋滞に入るのは，ボトルネックからどれだけ上流の位置か求めよ．

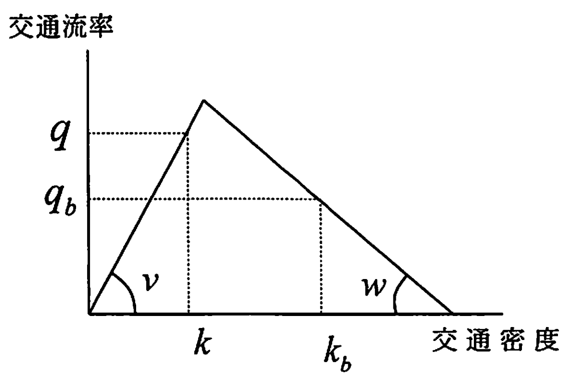


図 1　交通流率－交通密度関係

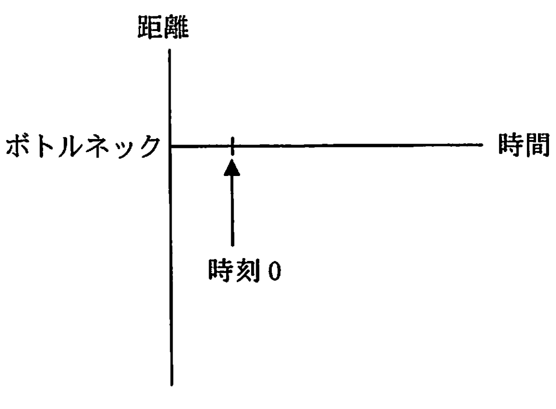


図 2　タイムースペース図

15 交通(2)

1つの起終点ペアを2本の経路で結ぶ道路を考える．経路 i $(i=1,2)$ には容量 μ_i のボトルネックがあり，$\mu_1=2400$，$\mu_2=3600$ [台/時] である．分析の簡単化のために，1) 各ボトルネックでの渋滞は point queue モデルで表現され，2) 起点からボトルネックへの旅行時間はゼロ，3) ボトルネック通過時刻が終点到着時刻，と仮定する．

この道路の利用者は1台の車につき1人移動し，その総数は6000 [台] である．各利用者は，トリップ費用が最小となる経路とボトルネック通過（つまり，終点到着）時刻を選択する．時刻 t に終点に到着する利用者のトリップ費用 $c(t)$ は，ボトルネックでの渋滞遅れ $d(t)$ [分]，終点でのスケジュール遅れ $s(t)$ [分]，ボトルネック通行料金 $m(t)$ [円] の線形和である：$c(t)=\alpha\cdot[d(t)+s(t)]+m(t)$ [円]．スケジュール遅れは，$s(t)=\beta(t)|t^*-t|$ [分] と定義され，$\beta(t)=0.5$ *if* $t<t^*$，$\beta(t)=2.5$ *if* $t\geq t^*$ である．時間価値 α と希望到着時刻 t^* は，全利用者について，$\alpha=50$ [円/分]，$t^*=8:50$ であると仮定する．これらの仮定の下で，利用者均衡 (UE) とは，どの利用者も自分だけが経路および終点到着時刻を変更しても自分のトリップ費用を改善できない状態と定義される．

以下の問い (1)〜(4) では通行料金を徴収しない状況（つまり，$m(t)=0\ \forall t$）での UE を，(5) では通行料金を徴収する状況での UE を考える．

(1) どちらのボトルネックの渋滞も，終点に最初の利用者が到着する時刻 t_s から始まり，最後の利用者が到着する時刻 t_e に解消すると仮定し，時間帯 $[t_s,t_e]$ の長さを求めよ．

(2) 最初の利用者と最後の利用者の終点到着時刻（t_s と t_e）を求めよ．また，彼らのトリップ費用を示せ．ただし，UE では，最初の利用者と最後の利用者のトリップ費用は等しいことに注意せよ．

(3) 時刻 $t^*=8:50$ に終点に到着する経路 i の利用者を考え，この利用者がボトルネックに到着する時刻 t_i^{**} を求めよ．ただし，UE では，t_1^{**} と t_2^{**} は等しいことに注意せよ．

(4) 各ボトルネックでの累積流入曲線と累積流出曲線を描け．その図を用いて，利用者全体での渋滞遅れ時間の総和 TQ および，利用者全体でのスケジュール遅れ時間の総和 TS を求めよ．

(5) この道路で発生している社会的トリップ費用を TQ と TS の和と定義する．この社会的トリップ費用を最小化する動的な（時刻別）混雑料金を求め，その最適料金パターン下での，総料金収入 [円]，TQ [分]，及び TS [分] を示せ．

16 計画数理 (1)

1. 底面が$a \times b$の長方形で高さhのふたのない直方体の容器を作る．容積がV以上，高さがH以下であるとき， 5 面の面積の和を最小とする形状を求めたい．
   (1) この問題を非線形計画問題として定式化せよ．
   (2) (1)の問題の Karush-Kuhn-Tucker 条件を記せ．
   (3) $H^3 = \frac{1}{8}V$のとき，3 辺の長さを求めよ．

2. 次の線形計画問題(P)を考える．

$$
\begin{array}{lll}
\text{(P)} & \text{Maximize} & 12x_1 + 9x_2 + 6x_3 - 3x_4 \\
 & \text{subject to} & x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \leq 1 \\
 & & 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 1 \\
 & & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{array}
$$

   (1) 問題(P)に対する双対問題(D)を定式化せよ．
   (2) 双対問題(D)の最適解を求めよ．
   (3) 問題(P)の最適解を求めよ．

17 計画数理 (2)

1. 図-1 のネットワーク上で，点 A から点 F への最短経路を探す．矢印横の数値はノードを結ぶリンクのコストを表す．ただし，点 BD 間・点 BE 間のコストは，パラメータ $x\ (0 \le x \le 3)$ を用いて示されている．

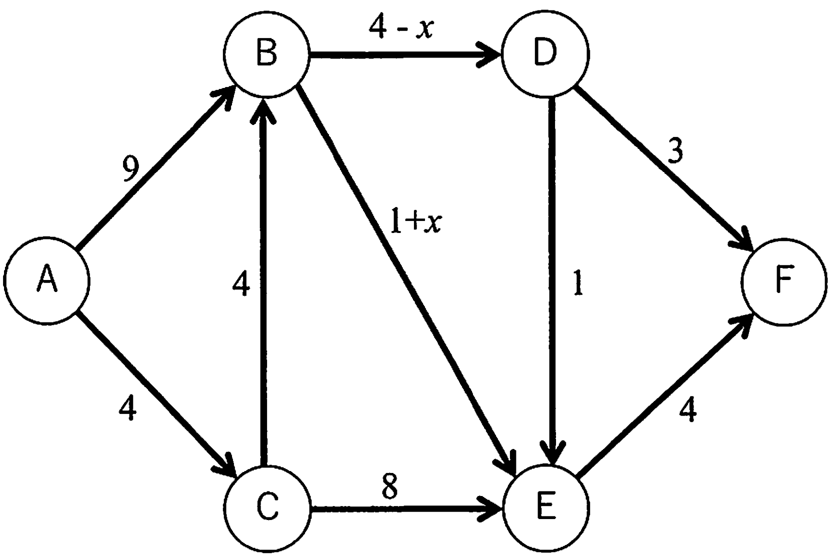


図-1　ネットワーク

(1) 点 A から点 D, E, F への最小コストを x を用いて示せ．

(2) 点 F への最短経路を示せ．

2. 1 箇所の窓口，1 列の行列からなる系を考える．客は平均到着率 λ のポアソン過程に従い到着し，一人への対応の所要時間は平均 $1/\mu$ の指数分布に従う．

(1) 状態遷移図を示せ．ただし，系内の人数が 4 人以上の状態は省略してよい．

(2) この系内の客数が発散しない条件を記せ．

(3) 定常状態の時，系内の人数が n である確率を求めよ．

(4) 窓口を 2 箇所にした場合の推移率行列を示せ．ただし，系内の人数が 4 人以上の状態を表す行・列は省略してよい．