小論文

平成 29 年度の国土交通白書において，国土交通行政の動向の 1 つとして「戦略的国際展開と国際貢献の強化」が挙げられている．この中で，インフラシステムの海外展開促進に関連し，「質の高いインフラ」という言葉が繰り返し使われている．

関心のある具体的なインフラの例を挙げて，インフラの質を高めるための方法について考えを述べよ（1200 字以内）．

$\boxed{1}$ 数学（微分・積分）

1. 以下の境界値問題を解きなさい。

   (a)

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2}y = \frac{3}{2} \qquad y(0) = 2$$

   (b)

$$2x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 3x\frac{dy}{dx} - y = 0 \qquad 0 \leq x \leq 1 \quad y(0) = 0 \quad y(1) = 1$$

2. 次の積分を求めなさい。

   (a)

$$I_1 = \int_0^1 \int_0^1 max\{|x|, |y|\}dxdy$$

   (b)

$$I_2 = \int\int_D (x^2 + y)dxdy \qquad D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$$

$\boxed{2}$ 数学（線形代数）

1. 次の行列 $\boldsymbol{A}$ について，以下の問いに答えなさい．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a & d & e \\ 0 & b & f \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

ここで，$a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$ である．

(1) $\boldsymbol{A}$ は逆行列を持つことを証明しなさい．

(2) $\boldsymbol{A}$ の逆行列を求めなさい．

2. 次の行列 $\boldsymbol{A}$ について，以下の問いに答えなさい．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(1) $\boldsymbol{A}$ の階数（ランク）を求めなさい．

(2) $\boldsymbol{A}$ の固有値をすべて求めなさい．

(3) (2) で求めた固有値に対応する固有ベクトルをすべて求めなさい．ただし，大きさ 1 に正規化して答えなさい．

(4) $\boldsymbol{A}$ の対角化行列を求めなさい．

(5) (4) で求めた対角化行列の逆行列を求めなさい．

(6) $\boldsymbol{A}$ を対角化しなさい．

3 数学（確率・統計）

1. 1から6までの目が同じ確率で出るさいころを2個ふり，その数の和を得点 x とし，さらにこの2個のさいころをもう1回ふりその数の和を得点 y とする．下記の問いに答えなさい．

   (1) 得点 x の確率分布を求めなさい．

   (2) $x - y \geq 5$ かつ x が奇数となる確率を求めなさい．

2. 関数

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ a\,x\,\exp(-x^2) & (x \geq 0) \end{cases}$$

   に対する下記の問いに答えなさい．

   (1) この関数が，確率密度関数となるように，定数 a の値を定めなさい．

   (2) この確率密度関数に従う確率変数 X の確率分布関数 $F(x)$ を求めなさい．

   (3) 確率変数 X^2 の平均を求めなさい．

3. 2つの変数 x と y のデータ

x	0	2	4	5	9
y	0	4	1	3	2

   に関する下記の問いに答えなさい．

   (1) x の標本平均と標本分散と y の標本平均と標本分散を求めなさい．

   (2) x と y の共分散と相関係数を求めなさい．

4 弾性体と構造の力学 (1)

図 1 のような等方均質な線形弾性体の円板が平面応力状態にあり，一様に分布する応力テンソルが次のようであったとする．以下の問いに答えよ．

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -7\sqrt{3} \\ -7\sqrt{3} & 9 \end{bmatrix} \quad \text{(MPa)} \qquad (1)$$

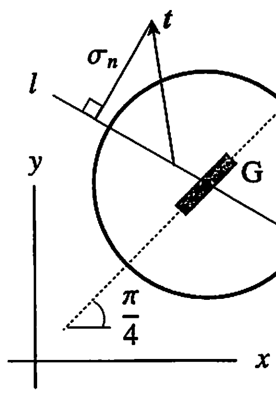


図 1:

1. 主応力 σ_1，σ_2 とその主方向の単位ベクトル $\boldsymbol{n}_1 = \begin{Bmatrix} n_{1x} \\ n_{1y} \end{Bmatrix}$，$\boldsymbol{n}_2 = \begin{Bmatrix} n_{2x} \\ n_{2y} \end{Bmatrix}$ を求めよ．

2. x-軸から時計回りに $\frac{\pi}{6}$ 傾いた線 l 上に作用する表面力ベクトル $\boldsymbol{t}$ の l に垂直な成分 σ_n を求めよ．

3. モール円を描いて (1) 式の応力状態に対応する点を示せ．

4. 材料のヤング率を $E = 400$MPa，ポアソン比を $\nu = 0.25$ とするとき，主ひずみ ε_1，ε_2，および x-軸から反時計回りに $\frac{\pi}{4}$ 傾いたひずみゲージ G が感知するひずみ ε_G を求めよ．

5 弾性体と構造の力学 (2)

1. 図-1 の単純梁 AB に対して集中荷重 P と等分布荷重 w が作用するとき，C 点の鉛直変位を求めよ．ただし，はりの曲げ剛性は EI = const. とする．

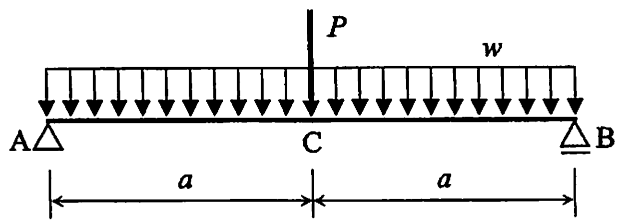


図-1

2. 図-2 の片持ち梁 OA に対して側方から静水圧荷重が作用するとき，以下の問いに答えよ．ただし，O 点での静水圧は w_0 であり，片持ち梁の曲げ剛性は EI = const. とする．
   (1) 図-2 について，A 点の水平変位を求めよ．
   (2) 図-3 に示すように A 点に両端ヒンジの水平部材 AB を取り付けたとき，水平部材 AB に作用する軸力を求めよ．ただし，水平部材 AB の圧縮剛性は E_0A_0 = const. とし，座屈は生じないものとする．

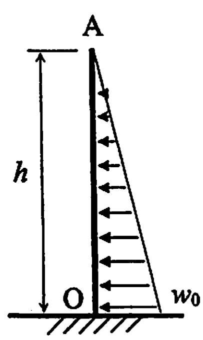


図-2

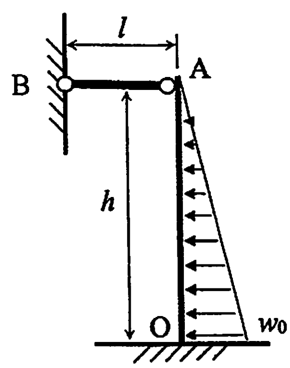


図-3

6 地盤とコンクリート (1)

1. 粘性土に対して圧密非排水 ($\overline{\mathrm{CU}}$) 三軸圧縮試験を行った．圧密応力 σ'_0 を 100 kPa, 200 kPa, 300 kPa として等方圧密を行った後，軸圧縮を行ったところ，それぞれ下表の状態に達したときに供試体が破壊した．この粘性土のせん断強さはモール・クーロンの破壊規準に従うものとし，以下の問に答えよ．

なお，計算には以下の近似値を用いてよい: $\sin 30° = 0.50$, $\cos 30° \approx 0.87$, $\sin 32° \approx 0.53$, $\cos 32° \approx 0.85$, $\sin 34° \approx 0.56$, $\cos 34° \approx 0.83$, $\sin 36° \approx 0.59$, $\cos 36° \approx 0.81$.

	試験 1	試験 2	試験 3
圧密応力 σ'_0 (kPa)	100	200	300
破壊時の主応力差（軸差応力）$\sigma_{\mathrm{d,max}}$ (kPa)	101.8	186.6	271.4
破壊時の過剰間隙水圧 Δu_{f} (kPa)	70.9	133.3	195.7

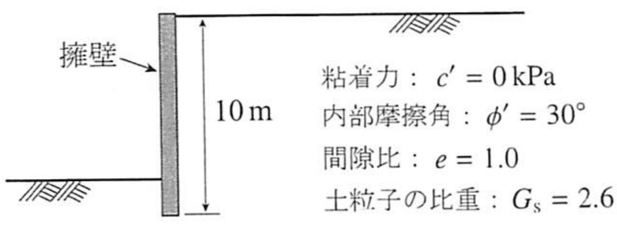
(1) 各試験での破壊時の最大有効主応力 $\sigma'_{1\mathrm{f}}$ および最小有効主応力 $\sigma'_{3\mathrm{f}}$ を求めよ．

(2) 次式で定義される p'_{f} および q_{f} を用いて，試験結果を p'_{f}–q_{f} 平面上にプロットせよ．

$$p'_{\mathrm{f}} = \frac{\sigma'_{1\mathrm{f}} + \sigma'_{3\mathrm{f}}}{2}, \quad q_{\mathrm{f}} = \frac{\sigma'_{1\mathrm{f}} - \sigma'_{3\mathrm{f}}}{2}$$

(3) この粘性土の有効応力表示での粘着力 c' と内部摩擦角 ϕ' を求めよ．

2. 下図に示すような高さ 10 m の擁壁に作用する土圧について，以下の問に答えよ．擁壁背後地盤は水平で，背後地盤の土は均質で，その物性値は図中に示す通りである．ランキンの土圧理論により，主働土圧係数は $K_{\mathrm{a}} = (1 - \sin\phi')/(1 + \sin\phi')$ と与えられる．また，水の単位体積重量は $\gamma_{\mathrm{w}} = 9.8\,\mathrm{kN/m^3}$ とする．



(1) 地下水位が背後地盤の地表面にあるとき，擁壁に作用する主働土圧の合力を求めよ．また，主働土圧と静水圧を含めた側圧の合力を求めよ．ただし，背後地盤の土の飽和単位体積重量は $\gamma_{\mathrm{sat}} = 17.64\,\mathrm{kN/m^3}$ とする．

(2) その後，地下水位が擁壁下端よりも深い位置まで低下し，背後地盤の土の飽和度 S_{r} は 40%まで一様に低下した．このときの土の湿潤単位体積重量 γ_{t} を求めよ．

(3) 前問 (2) のとき，擁壁に作用する主働土圧の合力を求めよ．

7 地盤とコンクリート (2)

1. 図-1 に示すように，長方形断面を有するコンクリート単純支持梁に，PC 鋼材によってプレストレス力が導入されるとともに，等分布の死荷重（自重）と活荷重が作用する場合について，以下の問いに答えよ．なお，梁は弾性体と仮定してよい．

(1) 梁に，①プレストレス力のみが作用した場合，②さらに等分布の死荷重と活荷重が作用した場合，の２ケースについて，支間中央の断面に生じる応力分布形状を図示せよ．

(2) 導入するプレストレス力の大きさによって，断面の応力分布形状がどのように変化するかを図示せよ．

(3) (2)で求めた応力分布を用いて，鉄筋コンクリート梁とプレストレストコンクリート梁の違いを説明せよ．

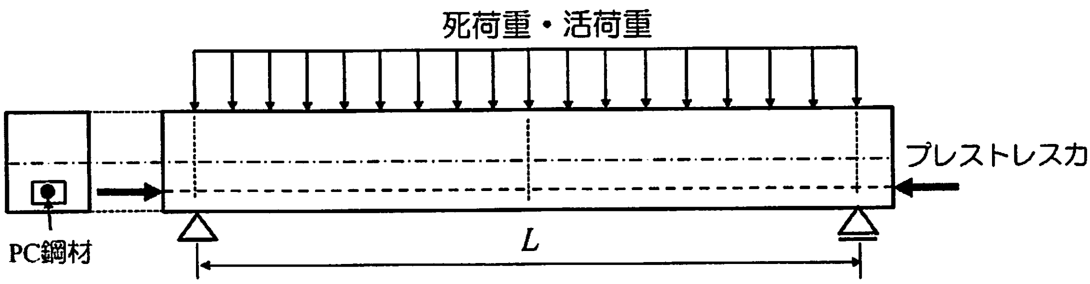


図-1　プレストレス力を導入した長方形断面を有するコンクリート単純支持梁

2. 鉄筋コンクリートの中性化による劣化メカニズムを説明せよ．さらに，劣化進展抑制のための対策方法を１つあげ，抑制メカニズムについて説明せよ．

3. 次のコンクリート工学に関する専門用語を説明せよ．

(1) 限界状態設計法

(2) レイタンス

(3) AE コンクリート

(4) コンクリート部材に用いる連続繊維補強材

8 水理学（1）

開水路において堰での越流を考え，堰の前（断面 1）と堰の後（断面 2）での流れの条件を図-1 に示す. ここで速度は一様分布をするものとし, また, 損失水頭を無視する. 水の密度 ρ ，重力加速度 g として，以下の問いに答えよ.

1. 断面 1 の水深 h_1 と断面 2 の水深 h_2 を用いて，越流後の流速 v_2 を求めよ.
2. 断面 1 の水深 h_1 ，断面 2 の水深 h_2 と越流後の流速 v_2 を用いて，堰に作用する単位幅の力を求めよ.

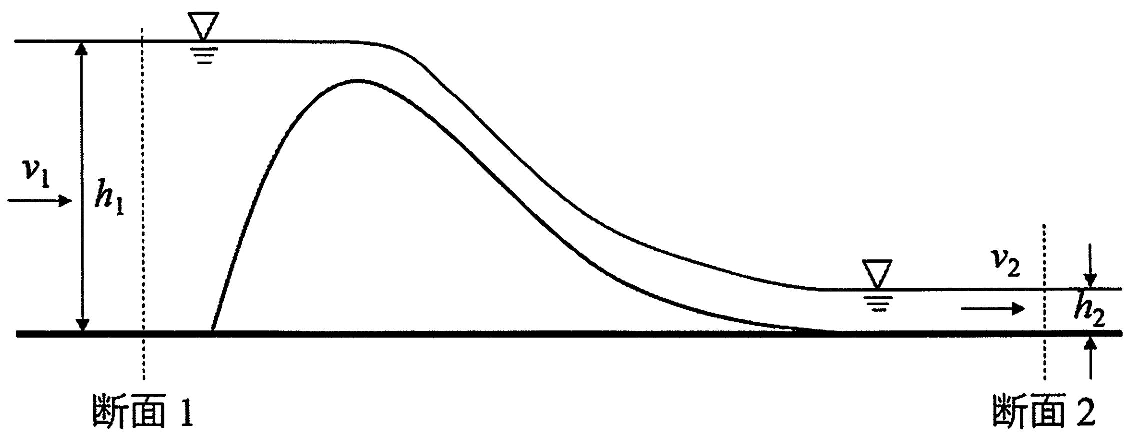
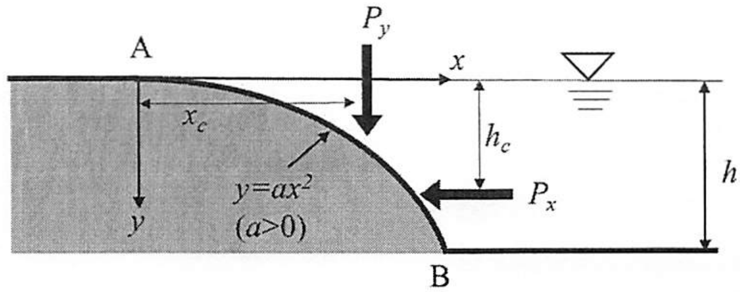


図-1　堰での越流の条件

9 水理学（2）

図のように曲面の側壁を有する貯水池内に水が蓄えられている．図中の記号および流体密度ρ, 重力加速度g を用いて以下の問に答えよ．



1. 曲面 A—B の単位幅に作用する x 方向の全圧力 P_xを求めよ．また，その作用点の深さ h_cを求めよ．
2. 曲面 A—B の単位幅に作用する y 方向の全圧力 P_yを求めよ．また，その作用点の距離 x_cを求めよ．

10 水質と環境（1）

次の排水処理に関する語句を説明せよ．

(1) 浄化槽

(2) 一次処理

(3) 汚泥容量指標と汚泥密度指標

(4) 汚泥消化

(5) 電気透析

11 水質と環境（2）

1. 上水道に関する以下の問に答えよ.

(1) 上水道の役割について説明せよ.

(2) 浄水方法の種類として 3 つ説明せよ.

2. 水質指標である BOD, COD, TOC について説明せよ. またそれらの違いについても説明せよ.

3. 酢酸（CH_3COOH）の酸化について以下の問に答えよ.

(1) 化学量論式を書け.

(2) 酢酸の COD 当量を求めよ. なお、C, H, O, N, S, P の原子量は, それぞれ 12, 1, 16, 14, 32, 31 とする。

12 生物と生態（1）

1．次のキーワードを説明せよ．

（1） 地球温暖化
（2） 細菌の増殖曲線
（3） 食物連鎖
（4） Anammox 細菌
（5） メタン発酵

2．地球上における窒素循環を図示せよ．また，その循環に関わる三つの生物学的プロセスを選び、それぞれのプロセスに関連する微生物およびその代謝反応を説明せよ．

13 生物と生態（2）

1. 酸性雨ついて以下の問いに答えよ.
   (1) 酸性雨の原因を簡潔に説明せよ.

   (2) 酸性雨による土壌酸性化が生態系に及ぼす影響を述べよ.

   (3) 酸性雨の防止対策を述べよ.

2. 化学物質の生態影響評価における生物検定について以下の問いに答えよ.
   (1) 生物検定を説明せよ.

   (2) 生物検定の評価において，生態系を総合的に評価する必要がある．その際の留意点を説明せよ.

14 交通 (1)

図 1 のように起点 O と終点 D を結ぶ 2 つの経路があり，経路 1 には区間 OA，AB，BD の 3 つの区間が，経路 2 には区間 OC，CD の 2 つの区間がある．区間 OA は図 2 のような交通流率－交通密度関係を持ち，区間 AB，OC は図 3 のような交通流率－交通密度関係を持つ．また，区間 BD の交通容量は 1000［台／時］，区間 CD の交通容量は 800［台／時］である．全く交通がない状態において，起点から終点に向かう交通需要 2700［台／時］が流入し始めたものとする．待ち行列がない状態での両方の経路の自由旅行時間は等しく，待ち行列は FIFO（First In First Out）サービスを仮定する．また，ネットワーク上には物理的な長さを持つ待ち行列が発生するが，両経路ともに起点 O まで待ち行列が延伸することはない．

(1)利用者は自分が経験する旅行時間が最小になる経路を選択するので，本問題の場合には起点 O における経路 1，2 への分岐率が，時間的に変化しない均衡状態が作り出される．この均衡状態における経路 1，2 の交通流率［台／時］を求めよ．

(2)経路 2 において渋滞が C より上流に延伸した時の区間 OC の渋滞延伸速度を求めよ．

(3)経路 1 において渋滞が A より上流に延伸した時の区間 OA の渋滞延伸速度を求めよ．

(4)経路 1 において渋滞が A より上流に延伸した時の区間 AB の交通密度を求めよ．

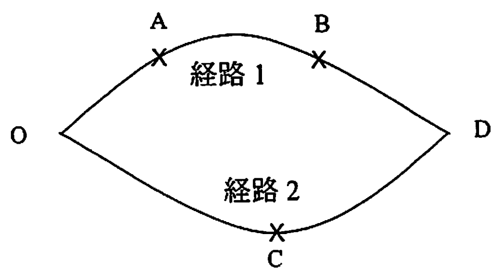


図 1　2 経路のネットワーク

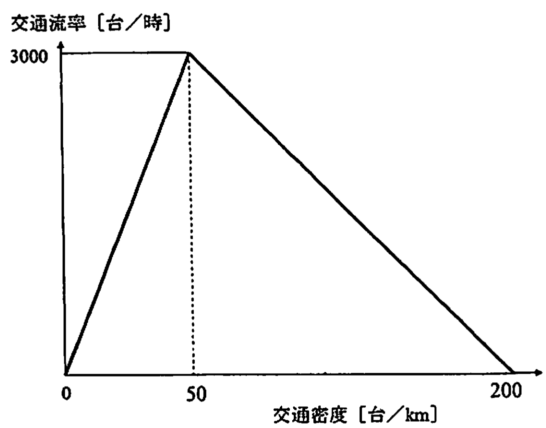


図 2 区間 OA の交通流率－交通密度関係

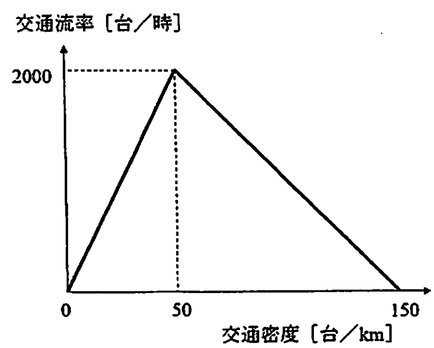


図 3 区間 AB，OC の交通流率－交通密度関係

15 交通 (2)

1つの OD(起終点)ペアを1本の経路で結ぶ道路を考える．この経路には容量が 2000 [台/時] のボトルネックがあり，そのボトルネックでの渋滞は point queue モデルで表現される．分析を容易にするために，起点からボトルネックへの旅行時間はゼロであり，ボトルネック通過時刻が終点への到着時刻であると仮定する．

この道路の利用者は1台の車につき1人移動し，その総数は 2000 [台] である．各利用者は，トリップ費用が最小となるボトルネック通過（つまり，終点到着）時刻を選択する．時刻 t に終点に到着する利用者のトリップ費用 $c(t)$ は，ボトルネックでの渋滞遅れ $d(t)$ [分]，終点でのスケジュール遅れ $s(t)$ [分]，及びボトルネック通行料金 $m(t)$ [円] の線形和である：$c(t)=\alpha\times[d(t)+s(t)]+m(t)$ [円]，ここで，スケジュール遅れは，

$$s(t)=\begin{cases}0.5\times(t^{*}-t) & if\ t<t^{*}\\ 2.0\times(t-t^{*}) & if\ t\geq t^{*}\end{cases}\quad [\text{分}],$$

と定義され，時間価値 α と希望到着時刻 t^{*} は，全ての利用者について，$\alpha=50$ [円/分]，$t^{*}=9:00$ であると仮定する．これらの仮定の下で，利用者均衡 (UE) とは，どの利用者も自分だけが終点到着時刻を変更しても自分のトリップ費用を改善できない状態と定義される．

以下の **(1), (2), (3) では通行料金を徴収しない状況**（つまり，$m(t)=0\ \forall t$）**での UE** を，**(4), (5)では通行料金を徴収する状況での UE** を考える．

(1) 終点に最初の利用者が到着する時刻 t_s および最後の利用者が到着する時刻 t_e を求めよ．また，彼らのトリップ費用を示せ．ただし，UE では，最初の利用者と最後の利用者のトリップ費用は等しいことに注意せよ．

(2) 時刻 t^{*} に終点に到着する利用者を考え，この利用者がボトルネックに到着する時刻 t^{**}，および，その時刻 t^{**} での待ち行列長 [台] を求めよ．

(3) ボトルネックでの累積流入曲線と累積流出曲線を描き，利用者全体での渋滞遅れ時間の総和 TQ および，利用者全体でのスケジュール遅れ時間の総和 TS を求めよ．

(4) この道路で発生している社会的トリップ費用を TQ と TS の和と定義する．この社会的トリップ費用を最小化する動的な（時刻別）混雑料金を求め，その最適料金パターン下での，総料金収入 [円]，TQ [分]，及び TS [分] を示せ．

(5) 上記の混雑料金制の長所と短所（または，問題点）を説明し，および，その問題点を緩和するための方策を簡潔に議論せよ．

16 計画数理（1）

1. 相互に独立した6つのプロジェクトがある．b_i と c_i はそれぞれ，プロジェクト i の便益と費用を表す．総費用が総予算 y を上回らない範囲で総便益を最大にするように複数のプロジェクトを選択する問題を考える．ただし，各プロジェクトは分割することはできない．以下の問に答えよ．
   (1) プロジェクト i を選択するか否かを表す0-1変数 x_i を用いて，上記の問題を整数計画問題(IP)として定式化せよ．
   (2) 上記の IP における x_i に関する制約条件を $0 \le x_i \le 1$ に置き換えた線形計画問題(LP)を定式化せよ．
   (3) 上記の IP の目的関数の最適値が，LP の最適値を上回らない理由を述べよ．
   (4) 各プロジェクトの便益と費用が表-1 で与えられ，総予算 y は 11 である．効率 $\frac{b_i}{c_i}$ の降順にプロジェクトを選ぶことにより LP の最適解を求め，IP の最適値が 19 を上回らない理由を述べよ．

表-1 各プロジェクトの便益と費用

project i	1	2	3	4	5	6
benefit b_i	4	7	10	6	1	1
cost c_i	2	4	6	4	1	2

2. 1.の問題を，動的計画法の問題として定式化して解く．以下の問いに答えよ．
   (1) 総費用が総予算 y を上回らないという制約のもとで，k 番目までのプロジェクト $(i = 1, \cdots, k)$ の中から総便益を最大にする複数のプロジェクトを選ぶ問題を，整数計画問題(IP_k)として定式化せよ．
   (2) $V_k(y)$ は上記の IP_k の目的関数の最適値を表す．次の再帰的な関係式の空欄を埋めよ．

$$V_k(y) = \begin{cases} V_{k-1}(y) & \mathit{if}\ c_k > y \\ \max\{V_{k-1}(y), \boxed{\qquad\qquad}\} & \mathit{if}\ c_k \le y \end{cases}$$

   (3) 各プロジェクトの便益と費用が表-1 で与えられ，$y = 0, \cdots, 11$ に対する $V_1(y)$ の値が表-2 の2行目に与えられている．$y = 0, \cdots, 11$ に対して $V_2(y)$ の値を計算せよ．
   (4) 表-2 には $V_0(y) \equiv 0$ および $k = 3, \cdots, 6$ に対する $V_k(y)$ の値が与えられている．これらを用いて，整数計画問題(IP_6)の最適解を求めよ．

表-2 $V_k(y)$の値

k \ y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
2												
3	0	0	4	4	7	7	11	11	14	14	17	17
4	0	0	4	4	7	7	11	11	14	14	17	17
5	0	1	4	5	7	8	11	12	14	15	17	18
6	0	1	4	5	7	8	11	12	14	15	17	18

17 計画数理 (2)

1. 図-1 の状態推移図で表される吸収的マルコフ連鎖について，以下の問いに答えよ．

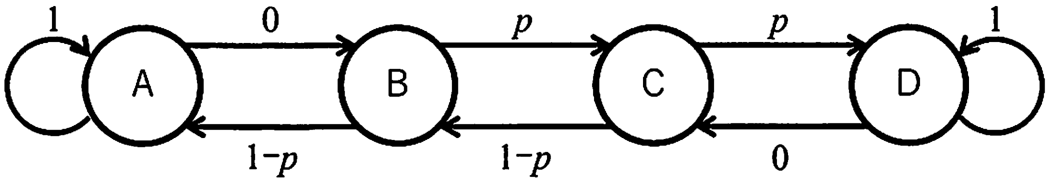


図-1　状態推移図

(1) 推移確率行列を示せ．

(2) 状態 B を初期状態とし，吸収状態 A または D に推移するまで繰り返す．最終的に状態 A に吸収される確率を求めよ．

(3) (2)の吸収過程の中で状態 C を訪れる回数の期待値を求めよ．

2. ある環境中の 2 種類の生物の個体数 x_1，x_2 は次式の関係を有する．

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha x_1 - \beta x_1 x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \gamma x_1 x_2 - \delta x_2$$

ただし，α, β, γ, δ は正のパラメータである．

(1) 個体数が平衡する点を列挙せよ．

(2) (1)で求めた平衡点の安定性を議論せよ．