小論文

昨年亡くなられた中村哲氏は,「百の診療所より一本の用水路」を整備する重要性を説き,長年アフガニスタンでの支援活動に従事された. 中村氏の考えに示されるような,途上国における土木技術の果たす役割について論ぜよ(1200字以内).

1 数学（微分・積分）

1. 以下の問いに答えなさい．

   (a) 次の関数の微分を求めなさい．ただし，a は正の定数とする．

   $$f(x) = a^x$$

   (b) 次の関数の第 n 次導関数を求めなさい．

   $$f(x) = e^x \sin x$$

2. 以下の式は閉曲線を極座標 (ρ,ϕ) で表示している．ただし，a と b は定数とする．

   $$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\cos^2\phi}{a^2} + \frac{\sin^2\phi}{b^2}$$

   (a) x-y 座標系でこの式を表し，y について解きなさい．この曲線のグラフを描きなさい．

   (b) 曲線内の面積を求めなさい．

3. 次の微分方程式を解きなさい．

   (a) $x\tan\left(\dfrac{y}{x}\right) - y + x\left(\dfrac{dy}{dx}\right) = 0$

   (b) $y\cos x dx + (2y + \sin x)dy = 0$

2 数学（線形代数）

1. $x^2+y^2=1$ を満たす点 $P=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ の集合は円 Γ_0 である．点 P を以下の行列 A

$$A=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

を表現行列とする線形変換 L_A で変換すると，その集合は閉曲線 Γ_1 となる．

(1) 行列 A の固有値と正規化された固有ベクトルをすべて求めよ．

(2) x-y 平面上に円 Γ_0 と閉曲線 Γ_1 を描け．

2. 連立方程式

$$\begin{aligned} x+2y+4z &= 3 \\ x+3y+7z &= 0 \\ x+y+z &= c \end{aligned}$$

に関する以下の問いに答えよ．ここに，c は実数である．

(1) 連立方程式が解を持つための必要十分条件を示せ．

(2) (1) の条件の下で連立方程式の解を求めよ．

3 数学（確率・統計）

1. 箱の中に青玉５個と赤玉３個が入っている．下記の問いに答えなさい．

 (1) 同時に２個取り出すとき，２個とも青玉である確率を求めなさい．

 (2) 同時に３個取り出すとき，青玉が１個で赤玉が２個である確率を求めなさい．

 (3) 同時に２個取り出すとき，青玉１個につき得点１を得るとき，得点の確率分布を求めなさい．

2. ある試験の得点の分布が以下のように与えられるとき，下記の問いに答えなさい．

得点	0	1	2	3	4	5
人数	9	5	4	1	1	0

 (1) 得点の平均と分散を求めなさい．

 (2) ポアソン分布

$$P(r) = \frac{\mu^r}{r!}\exp(-\mu) \qquad (r = 0, 1, 2, \ldots)$$

（μ はポアソン分布の平均を表す正の定数）を考える．(1) の得点と同じ平均を持つポアソン分布を $0 \leq r \leq 5$ の範囲でプロットしなさい．ただし，$e \approx 2.7$ としなさい．

3. X と Y は確率密度関数

$$f(x, y) = a\exp(-x - y) \qquad (x \geq 0,\ y \geq 0)$$

に従って分布する確率変数である．ただし，a はある定数である．下記の問いに答えなさい．

 (1) a の値を求めなさい．

 (2) x の平均と分散を求めなさい．

4 弾性体と構造の力学（1）

図-1 に示すように，等方均質な線形弾性体の試験片に 3 枚のひずみゲージ a, b, c が貼られている．一様な平面応力状態を仮定できるものとし，図に示す座標系の下で応力－ひずみ関係が以下のように与えられるとする．

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} - \nu\frac{\sigma_{yy}}{E},\ \varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_{yy}}{E} - \nu\frac{\sigma_{xx}}{E},\ \varepsilon_{xy} = \frac{(1+\nu)\sigma_{xy}}{E} \tag{1}$$

ここに，$\sigma_{xx},\sigma_{yy},\sigma_{xy}$ は応力テンソルの成分，$\varepsilon_{xx},\varepsilon_{yy},\varepsilon_{xy}$ はひずみテンソルの成分，E と ν はそれぞれヤング率とポアソン比である．以下の問いに答えよ．

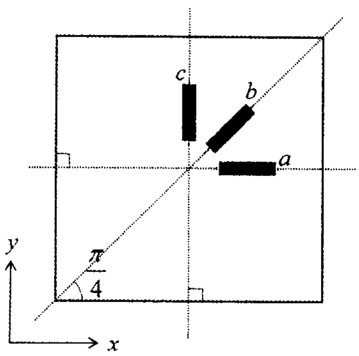


図-1　試験片とひずみゲージ

1. 試験片を y 方向に一様な力で引っ張った．試験片に作用する応力は以下のように表される．

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 2.4 \end{bmatrix} \text{(MPa)} \tag{2}$$

このとき，3 枚のひずみゲージ a, b, c は，それぞれ，-1.0×10^{-3}，0.0×10^{0}，5.0×10^{-3} の値を示した．

(1) ひずみテンソルの成分 $\varepsilon_{xx},\varepsilon_{yy},\varepsilon_{xy}$ を求めよ．

(2) ヤング率 E とポアソン比 ν を求めよ．

2. 1.とは異なる別の力を試験片に作用させたところ，3 枚のひずみゲージ a, b, c は，それぞれ，5.0×10^{-3}，4.0×10^{-3}，1.0×10^{-3} の値を示した．

(1) ひずみテンソル $\varepsilon_{xx},\varepsilon_{yy},\varepsilon_{xy}$ の成分を求めよ．

(2) 応力テンソル $\sigma_{xx},\sigma_{yy},\sigma_{xy}$ の成分を求めよ．

5 弾性体と構造の力学 (2)

1. 図-1 に示すように，一様な厚さを有する辺長 a，重量 W の正三角形剛板 ABC を，摩擦のない鉛直壁面の D 点から，辺長と同じ長さ a の糸で吊るとき，以下の問いに答えよ．なお，糸の重量は 0，伸縮しないものとする．

(1) 正三角形剛板が静止した状態で，B 点，D 点における反力を，それぞれ，R_B, R_D とするとき，力とモーメントの釣合い式を R_B，R_D，a，W，θ を用いて表せ．

(2) (1)で求めた釣合い式を連立させて，正三角形剛板が静止するときの角度 θ を $\tan\theta$ の値として求めよ．

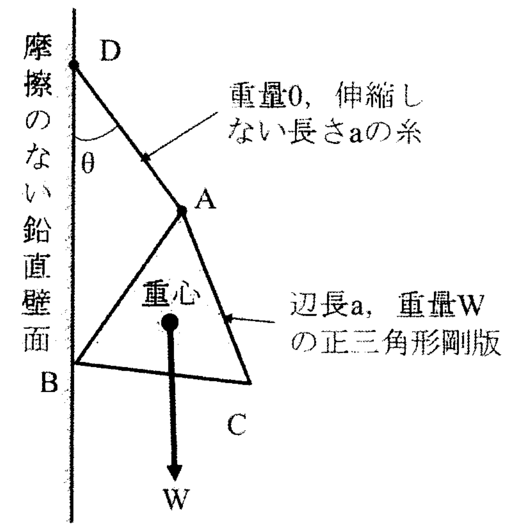


図-1　D 点から吊られた一様な厚さの正三角形剛板 ABC

2. 図-2 に示すように，下端で床に固定された長さℓ，曲げ剛性 EI の弾性片持ち梁の上端において，距離 a だけ偏心した位置に荷重 P が載荷される場合の梁の座屈問題について，以下の問いに答えよ．

(1) 梁の A 点に作用する曲げモーメント Mx を図-2 中の記号を用いて表せ．

(2) 梁に曲げモーメント Mx が作用するとき，梁の変位 y と曲げモーメント Mx，曲げ剛性 EI の関係を微分方程式で表せ．

(3) (2)で求めた微分方程式に(1)を代入し，これに境界条件を適用して求められる最も小さい座屈荷重 Pcr を求めよ．

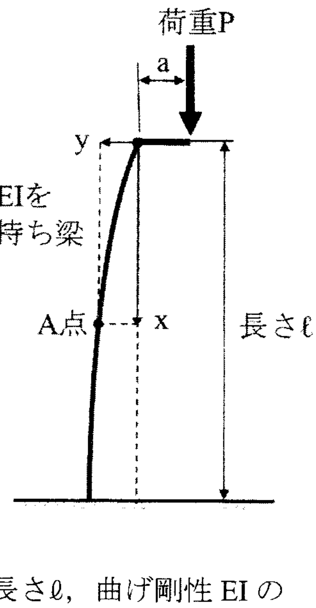


図-2　長さℓ，曲げ剛性 EI の弾性片持ち梁

6 地盤とコンクリート (1)

1. 地盤工学に関する次の語句を説明せよ.
   (1) 飽和度
   (2) 土の工学的分類
   (3) 締固め
   (4) N 値

2. 土のせん断強さは，圧密及び排水条件に依存する。土のせん断強さの違いを下記の用語を用いて説明せよ.
   【圧密，地盤の透水性，施工過程，荷重増加，有効応力】

3. 擁壁に作用する土圧の算定法について，下記の用語を用いて説明せよ.
   【静止土圧，主働土圧，受働土圧，壁体の変位，側方応力，鉛直応力，土圧係数】

7 地盤とコンクリート（2）

1. 鉄筋およびコンクリートの一般的な力学的性質の違いを応力 - ひずみ曲線を描いて説明せよ.

2. フレッシュコンクリートのレオロジー的性質に着目して，高流動コンクリートとスランプ 8 cm 程度の普通コンクリートの違いを説明せよ.

3. 次のコンクリート工学に関する専門用語を説明せよ.
   (1) クリープ
   (2) 塩害
   (3) 釣り合い鉄筋比
   (4) スターラップ

8 水理学 (1)

図-1 のように d から D に変化する直径を有する円管を通じて，タンクから水が流れている．図中の記号および重力加速度 g を用いて，以下の問いに答えよ．ただし，摩擦によるエネルギー損失を無視する．

1. 流量 Q を求めよ．
2. マノメータの高さの差 h を求めよ．

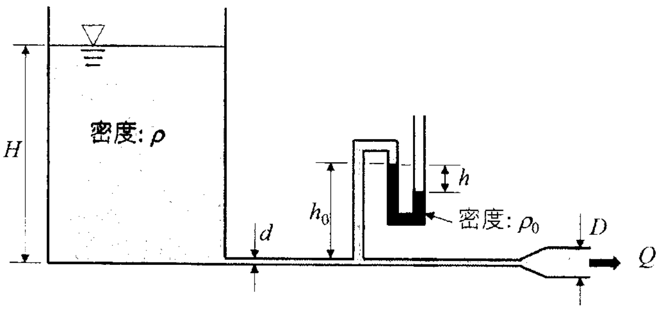


図-1　タンクからの排水

9 水理学 (2)

図-1 に示すように，貯水池の側壁が半径 R の円弧 AB と直立壁 AO および BC とからなっている．図中の記号および水の密度 ρ ，重力加速度 g を用いて，以下の問いに答えよ．

1. 円弧 AB（単位幅）に作用する全水圧 P の水平成分 P_x を求めよ．
2. 円弧 AB（単位幅）に作用する全水圧 P の鉛直成分 P_y を求めよ．
3. P_x の作用点の深さ h_C を求めよ．
4. P_y の作用点の位置 $\bar{x}$ を求めよ．
5. 全水圧 P およびその方向角 θ を求めよ．

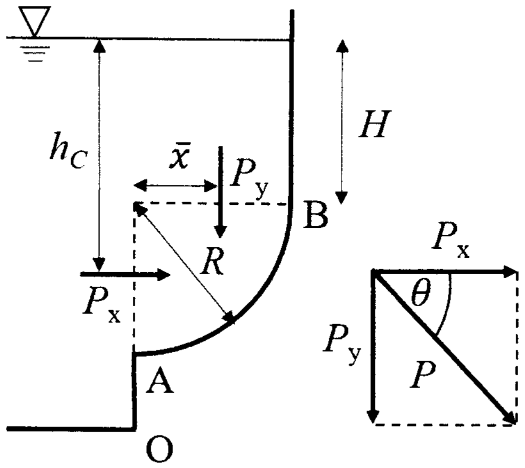


図-1　貯水池の断面形状

10 水質と環境 (1)

次の下水道に関する語句を説明せよ.

(1) 汚泥処理

(2) バルキング

(3) 降雨強度式

(4) 生物学的硝化脱窒法

(5) 流域下水道

11 水質と環境（2）

1. 富栄養化現象の生じている湖沼やダム湖の水を水道水源に用いた場合に生じうる影響（障害）を 3 つ挙げよ。またそのうちの 1 つに対しての対策について論ぜよ。

2. 我が国における，公共用水域の水質汚濁に係る環境基準として，大腸菌群数が生活環境の保全に関する環境基準に用いられている。一方，水道水質基準としては，かつて大腸菌群が用いられていたが，現在では大腸菌が基準項目となっている。このようなことを踏まえ，大腸菌群数を水質の基準として用いることの長所と短所を論ぜよ。

12 生物と生態（1）

1．次のキーワードを説明せよ．

（1） ATP
（2） 硫酸塩還元細菌
（3） 独立栄養細菌
（4） Monod 式
（5） 原核細胞の構造

2．河川における自浄作用および栄養塩の挙動を図示せよ．また，その生態系における二つの生物学的プロセスを選んで,それぞれのプロセスに関連する生物およびその代謝反応を説明せよ．

13 生物と生態 (2)

1. 閉鎖性水域の環境と生態に関する次のキーワードを簡潔に説明せよ.
   (1) 水温躍層および補償深度
   (2) 富栄養化現象およびその対策

2. 生物多様性に対して負の影響を及ぼす人間活動に関して, 原因や影響タイプによって以下の４つの危機に整理されている. それぞれの危機について簡潔に説明せよ.
   (1) 開発など人間活動による危機
   (2) 自然に対する働きかけの縮小による危機
   (3) 人間により持ち込まれたものによる危機
   (4) 地球環境の変化による危機

14 交通（1）

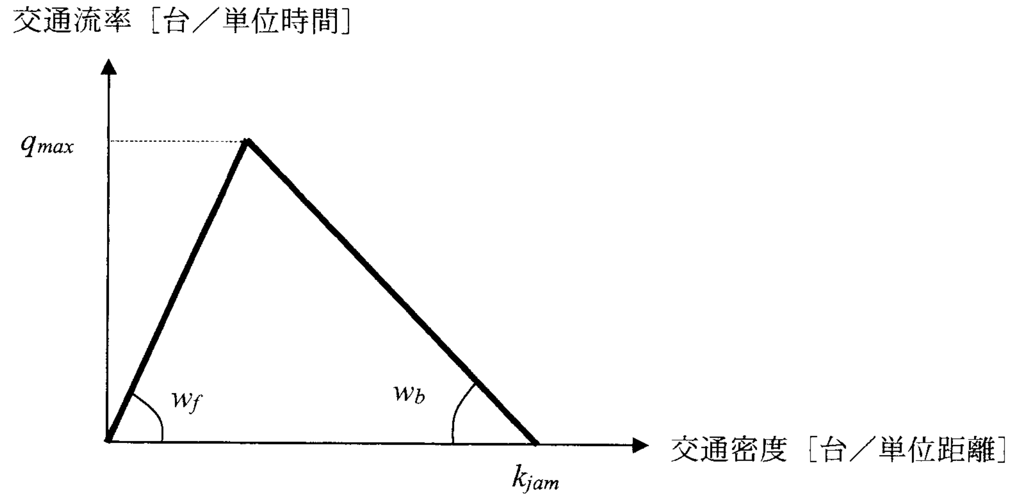
図のような交通流率と交通密度の関係を持つ道路がある．次の問いに答えなさい．ただし，速度は車の進行方向に移動するときに正の値とし，$w_f > 0$, $w_b < 0$ である．

1. 最大交通密度 k_{jam} を w_f, w_b, q_{max} を使って求めよ．

2. 観測者が路側に立ち止まって定常流の速度 v を計測したら，$0 < v < w_f$ であった．交通流率 q を v, w_b, k_{jam} を使って求めよ．

3. 同じ定常流において，観測者が路側を u の速度で移動した時，単位時間に何台に追い越されるのかを v, u, w_b, k_{jam} を使って求めよ．

4. 速度 v の定常流から，速度 v' の別の定常流に交通状態が遷移した．ただし，$0 < v' < w_f$ とする．しかし，速度 u で移動している観測者は，依然として単位時間に同じ台数に追い越された．観測者の移動速度 u を図中の変数を使って求めよ．



15 交通 (2)

交通計画で用いられる以下の概念/手法を簡潔に説明せよ.

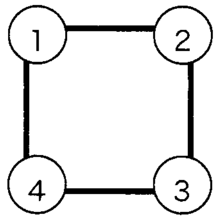
(1) LOGIT モデルと IIA 特性 (赤バス/青バス問題)

(2) 利用者均衡配分・システム最適配分と混雑料金

(3) 消費者余剰・生産者余剰と死荷重損失

16 計画数理（1）

1. 災害に備え，図-1 に示すような正方形上に位置する 4 つの集落における物資の備蓄量 $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_4)$ を決めたい．いずれか 1 つの集落のみが被災する可能性があり，その集落では，自分自身の備蓄物資に加え，隣接する集落の備蓄物資も利用できると仮定する．各集落の物資の必要量を $\boldsymbol{d} = (d_1, \dots, d_4)$とする．集落 i の備蓄施設の有無を表す 0-1 変数を z_i とするとき，備蓄費用は $e_i z_i + c_i x_i$ で表される．また，集落 i の施設の最大備蓄量を m_i とする．以下の問いに答えよ．
   (1) 集落 2 の必要量 d_2 を満足するための x_1, x_2, x_3 に関する条件を示せ．
   (2) 集落 i の備蓄量 x_i が取りうる範囲を，z_i と m_i を用いて表せ．
   (3) 各集落の必要量を満足し，総備蓄費用を最小化する $(z_1, \dots, z_4)$ および $(x_1, \dots, x_4)$ を求める混合整数線形計画問題を定式化せよ．
   (4) 施設の配置 $(z_1, \dots, z_4)$ を所与として，各集落の必要量を満足しつつ総備蓄費用を最小とする備蓄量 $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_4)$ を求める線形計画問題を定式化せよ．
   (5) $\boldsymbol{d} = (d_1, \dots, d_4) = (3,6,1,2)$，$\boldsymbol{e} = (5,10,10,5)$，$\boldsymbol{c} = (1,2,1,1)$，$\boldsymbol{m} = (6,4,5,6)$とする．$\boldsymbol{z} = (1,0,0,1)$に対して(4)の問題の解を求めよ．



図−1

2. 平面上に n 個の点 $(x_i, y_i), i = 1, \cdots, n$ がある．これらの点を内部に含む円のうちで，半径が最小のものを最小包囲円と呼ぶ．
   (1) 最小包囲円の中心の座標 (x, y) および半径の 2 乗 S を求める問題を，非線形最適化問題として定式化せよ．
   (2) (1)に対するカルーシュ・クーン・タッカー(Karush-Kuhn-Tucker)条件を示せ．
   (3) 3 点 (0,0), (2,4), (8,2) に対する(1)の最適解におけるラグランジュ乗数の値は $\boldsymbol{\lambda} = \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$ である．中心座標と半径の 2 乗の値を求めよ．
   (4) (3)の解を図示し，ラグランジュ乗数が持つ意味を説明せよ．

17 計画数理 (2)

1. (x_t, y_t) $(t = 0,1,\ldots)$ の動的過程は次式で表される.

$$\begin{cases} x_{t+1} = -y_t + 4 \\ y_{t+1} = \ \ x_t \end{cases}$$

(1) 動的過程の固定点（平衡点）(x^*, y^*) を求めよ.

(2) 動的過程の安定性について論ぜよ.

(3) $z_t \equiv \dfrac{y_t - 2}{x_t - 2}$ とする. $(x_0, y_0) = (2.5, 1)$ の場合の z_t の変化を図示せよ.

(4) $u_t \equiv \dfrac{y_t}{x_t}$ とする. 以下の最適化問題の解 (x_0^*, y_0^*) を求めよ.

$$\max_{x_0, y_0} \left[\max\{u_0, u_1, \ldots\} - \min\{u_0, u_1, \ldots\} \right]$$
$$s.t.\ \ 1 \le x_0 \le 3$$
$$1 \le y_0 \le 3$$

2. ネットワーク計画に関する以下の用語についてそれぞれ 80 字程度で説明せよ.

(1) 最大フロー問題

(2) ダイクストラ法