小論文

2020年ナショナル・レジリエンス懇談会は，「グリーンインフラとは，社会資本整備や土地利用等のハード・ソフト両面において，自然環境が有する多様な機能を活用し，持続可能で魅力ある国土・都市・地域づくりを進める取組」と定義している．この定義に基づいたグリーンインフラの例を複数あげ，それぞれにおける土木工学の果たす役割について考えを述べよ．(1200字以内)

1 数学（微分・積分）

1. 以下の極限値をそれぞれ求めよ．$\tan^{-1}x$ は $\tan x$ の逆関数である ($\tan^{-1}x = \arctan x$).

(1) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2x+1}-x-1}{x^2}$$

(2) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}x\right)^{1/x}$$

2. 次の関数 $f(x)$ を考える．

$$f(x)=\sqrt{x-[x]} \qquad (0\leq x\leq 3)$$

ここで，ガウス記号 $[x]$ は床関数を表す．その値は実数 x に対して x 以下である最大の整数で与えられる．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 次の極限値をそれぞれ求めよ．

$$\lim_{x\to 1-0}f(x), \quad \lim_{x\to 1+0}f(x)$$

(2) 関数 $f(x)$ のグラフを描け．

3. 次式で定められる x の関数 y について，$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ を求めよ．$\tan^{-1}x$ は $\tan x$ の逆関数である ($\tan^{-1}x = \arctan x$).

$$\tan^{-1}\frac{2x}{y}=\log\sqrt{4x^2+y^2}$$

4. 次に示す xyz 空間の領域 D を考える．このとき，以下の問いに答えよ．

$$D=\left\{(x,y,z)\ \middle|\ 0\leq x\leq z\leq 1-\sqrt{x^2+y^2},\ y\geq 0\right\}$$

(1) 領域 D を図示せよ．

(2) 領域 D の体積を求めよ．

2 数学（線形代数）

1. 正方行列 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \frac{21}{4} & \frac{5\sqrt{3}}{4} \\ \frac{5\sqrt{3}}{4} & \frac{31}{4} \end{bmatrix}$ について以下の問いに答えよ.

(1) $\boldsymbol{A}$ の固有値 λ_1, λ_2 ($\lambda_1 \geq \lambda_2$) と，それら固有値に対する単位長さの固有ベクトル $\boldsymbol{n}_1 = \begin{Bmatrix} n_{1x} \\ n_{1y} \end{Bmatrix}$, $\boldsymbol{n}_2 = \begin{Bmatrix} n_{2x} \\ n_{2y} \end{Bmatrix}$ を求めよ.

(2) 平方根行列 $\boldsymbol{A}^{\frac{1}{2}}$ を求めよ.

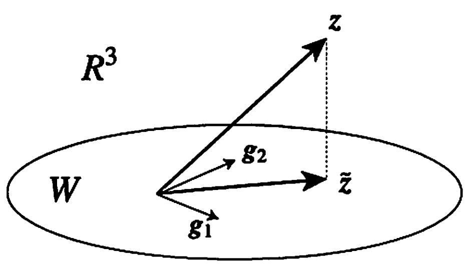
2. 任意のベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \in R^3$ を，正方行列 $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ を用いた R^3 上の線形変換 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}$ によって別のベクトル $\boldsymbol{y} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix}$ に移すと，$\boldsymbol{y}$ は2次元の部分空間 $W \subset R^3$ に属する.

この事に関して以下の問に答えよ.

(1) $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}$ から部分空間 W を張る一組の基底 $[\boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_2]$ は明らかである.
$\boldsymbol{g}_1 = \begin{Bmatrix} g_{11} \\ g_{12} \\ g_{13} \end{Bmatrix}$, $\boldsymbol{g}_2 = \begin{Bmatrix} g_{21} \\ g_{22} \\ g_{23} \end{Bmatrix}$ を示せ.

(2) $[\boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_2]$ を利用して W を張る一組の正規直交基底 $[\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2]$ を作れ.

(3) ベクトル $\boldsymbol{z} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{Bmatrix} \notin W$ が与えられたとする. $\boldsymbol{z}$ の W における最良近似 $\tilde{\boldsymbol{z}} \in W$ を求めよ.



3 数学（確率・統計）

1. ある母集団からの標本 x_i $(i = 1, 2, ..., n)$ の標本平均 $\bar{x}$ と標本分散 $\bar{v}$ は，それぞれ下式で定義される．

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

$$\bar{v} = \frac{1}{n-1}\Sigma_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{2}$$

標本 x_i $(i = 1, 2, ..., n)$ は，平均 η，分散 σ^2 の母集団から無作為抽出されたとする．この時，以下の関係が成り立つことを証明せよ．

(1) $E[\bar{x}] = \eta$

(2) $V[\bar{x}] = \sigma^2/n$

(3) $E[\bar{v}] = \sigma^2$

ここで，E[·] は期待値，V[·] は分散を表す．

2. あるシステムが時刻 $t = 0$ に動作開始する．このシステムが故障する時刻を確率変数 X とし，X の確率分布関数を $F(x)$，確率密度関数を $f(x)$ とする．

(1) 時刻 $x = t$ にシステムが故障していない（機能している）確率を求めよ．

(2) 時刻 $x = t$ にシステムが確かに機能していた．そこで，時刻 $x > t$ における確率分布関数 $F(x \mid X > t)$ および確率密度関数 $f(x \mid X > t)$ を求めよ．

また，時刻 $x = t$ にシステムが機能している条件に基づいて，区間 $(t, t + dt)$ で故障する確率を $\beta(t)dt$ とする．

(3) $F(x)$ と $\beta(t)$ の関係を示した上で，$\int_0^\infty \beta(t)dt$ を求めよ．

4 弾性体と構造の力学 (1)

等方均質な線形弾性体に，平面応力状態下で一様な応力が作用している．このときの応力成分が o-xy 座標系を参照して次のように与えられているとき，以下の問いに答えなさい．

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 9 \\ 9 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{MPa}$$

ここで，σ_x, σ_y は，それぞれ x と y 方向の垂直応力，および τ_{xy} はせん断応力である．また，ベクトルの成分はすべて o-xy 座標系を参照しなさい．

(1) 最大主応力と最小主応力を求め，それぞれの方向を表す単位ベクトルを求めなさい．

(2) 最大主応力と最小主応力が生じるそれぞれの面上の表面力ベクトルを求めなさい．

(3) 最大主応力の方向と x 軸とのなす角を θ としたとき，$\tan\theta$ を求めよ．解答に際しては，倍角の公式

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

を用いてもよい．

(4) xy 平面内の直線 $4x+3y+c=0$ の上での表面力ベクトルを求めなさい．なお，c は任意の実数である．

(5) ヤング率 E を 200 GPa，ポアソン比 ν を 0.2 とするとき，最大および最小主ひずみを求めよ．ただし，x-y 座標系での応力とひずみの成分の間には以下の関係式があるものとする．

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E}, \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_x}{E}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

ここで，ε_x, ε_y は，それぞれ x と y 方向の垂直ひずみ，γ_{xy} は xy 面工学せん断ひずみである．また，G はせん断弾性係数で $G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$ で与えられる．なお，z 軸方向垂直ひずみは考えなくてもよい．

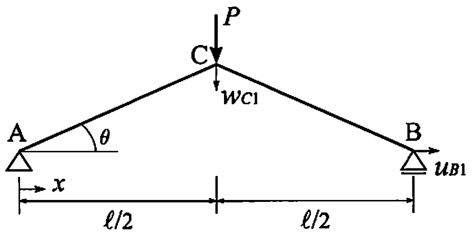
5 弾性体と構造の力学 (2)

図–1~3 に示す骨組構造の曲げ剛性は EI で一定であり，P は集中荷重である．図–1 の骨組構造の荷重載荷点 C 点のたわみ w_{C1} および支点 B の水平変位 u_{B1} はそれぞれ

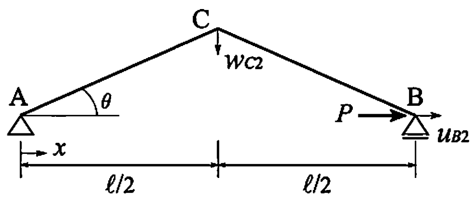
$$w_{C1} = \frac{P\ell^3}{48EI\cos\theta}, \quad u_{B1} = \frac{P\ell^3 \sin\theta}{24EI\cos^2\theta}$$

である．ただし，たわみは下向きを正，水平変位は右向きを正とし，骨組を構成する部材の軸の伸び縮みは無視できるものとする．図–1~3 に示す骨組構造に関して以下の問いに答えよ．

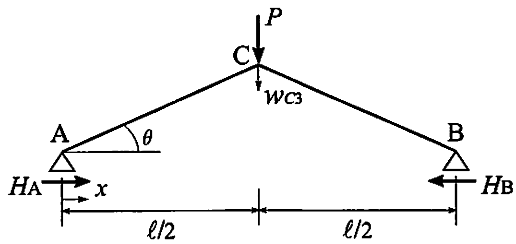
1. 図–2 に示す骨組構造の支点 B の水平変位 u_{B2} を求めよ．
2. 図–2 に示す骨組構造の点 C のたわみ w_{C2} を求めよ．
3. 図–3 に示す骨組構造の支点 B の水平反力 H_B を求めよ．
4. 図–3 に示す骨組構造の荷重載荷点 C のたわみ w_{C3} を求めよ．



図–1



図–2



図–3

6　地盤とコンクリート（1）

1. 杭基礎が上部構造物を支持する機構について 200 字程度で説明せよ．式や図を用いてもよい．

2. 土の水中単位重量 γ' は，土の飽和単位体積重量 γ_{sat}，水の単位体積重量 γ_w を用いて $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ と表せる．この式を基にして，γ' を間隙比 e，土粒子密度 ρ_s，水の密度 ρ_w，重力加速度 g の関数として表せ．

3. 図-1 のように，水深 10 m の海面下に砂地盤がある．海底面下 10 m のところから，試料を採取して一連の三軸せん断試験したところ，表-1 の結果が得られた．以下の問いに答えよ．なお，表中の最大・最小主応力は全応力表示である．

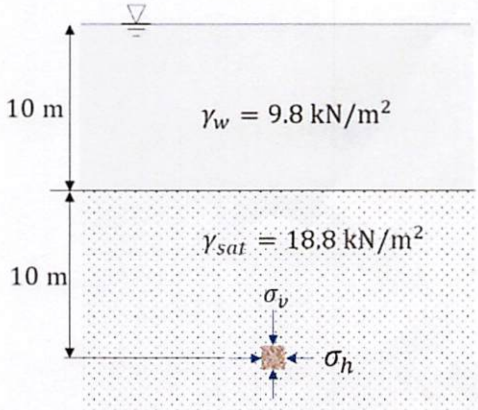


図-1　土質試料サンプリング地点

表-1 三軸せん断試験結果

排水条件	応力状態	最小主応力 σ_1 (kN/m²)	最大主応力 σ_3 (kN/m²)	過剰間隙水圧 (kN/m²)
非排水試験	破壊時	100	200	50
排水試験	破壊時	100	300	―

(1) 試料を採取した地点の鉛直全応力，鉛直有効応力，水平有効応力を求めよ．なお，水の単位体積重量 は 9.8 kN/m³，砂の飽和単位体積重量 は 18.8 kN/m³，静止土圧係数は 0.5 として計算してよい．

(2) 上記(1)および，せん断試験における破壊時の有効応力状態を示すモールの円を描け．

(3) せん断強度をモール・クーロンの破壊基準で表す場合，粘着力と内部摩擦角を求めよ．

(4) この土を対象に非排水繰返しせん断試験した場合，どのような試験結果が予想されるかを考察せよ．

(5) この土を締め固めて再試験を行う時，試験結果がどう変化するかを説明せよ．

7 地盤とコンクリート (2)

1. 暫定配合のコンクリートを試験練りしてスランプ試験と空気量試験を実施したところ，表-1 の結果が得られた．目標値を満たすように配合を修正するための方針について 200 字程度で説明せよ．

表-1

試験項目	目標値	試験結果	単位
スランプ	12.0	12.0	cm
空気量	5.0	3.0	%

2. コンクリート用の混和材に関する次の問いに答えよ．
   (1) フレッシュコンクリートの流動性を改善できる混和材を一つ挙げ，それが流動性を改善するメカニズムを 100 字程度で説明せよ．
   (2) (1)で挙げた混和材がコンクリートの硬化後の性質に及ぼす影響について，圧縮強度と物質の透過に対する抵抗性の観点から 200 字程度で説明せよ．
   (3) (2)を踏まえて，(1)で挙げた混和材を使用するときの配合設計上の留意点を 100 字程度で説明せよ．

3. 引張鉄筋のみを有する単鉄筋長方形はりの曲げ破壊に関する次の問いに答えよ．
   (1) 「曲げ引張破壊」と「曲げ圧縮破壊」の破壊形態の違いについて，100 字程度で説明せよ．
   (2) コンクリート構造物の設計上，望ましくない破壊形態は曲げ引張破壊と曲げ圧縮破壊のどちらであるかを答えよ．また，その理由を 200 字程度で説明せよ．

8 水理学 (1)

図-1 のように，ノズルから流速 v_0，角度 θ で水流を空中に放出し，水平距離 L 離れたビルの高さ h に発生した火災を消火したい．以下の問いに答えよ．ノズルの長さや空気の抵抗は無視してよい．重力加速度は g とする．

1. 消火が可能な最大の高さ h_{max} を，v_0 と θ を用いて求めよ．
2. $h = h_{max}$ の場合の水平距離 L を求めよ．
3. 水平距離 L を最大化するための θ を導け．

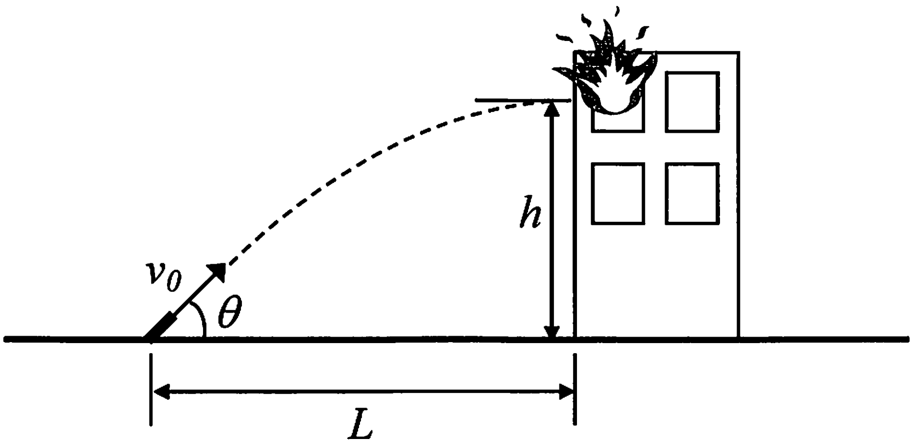


図-1 ノズルからの放水による消火

9 水理学（2）

図-1 に示すような断面の台形開水路があり，等流で水が流れている．水路床の傾斜角をα, 水路床の勾配をI, マニングの粗度係数をn, 水の密度をρ, 重力加速度をgとし，図中の記号を用いて以下の問いに答えよ．ただし，θ=30°とする．

1. 水の平均流速vを求めよ．

2. αが十分小さいものとして，壁面せん断応力τ_bを求めよ．

3. マニングの粗度係数nと開水路の摩擦損失係数f'の関係を求めよ．

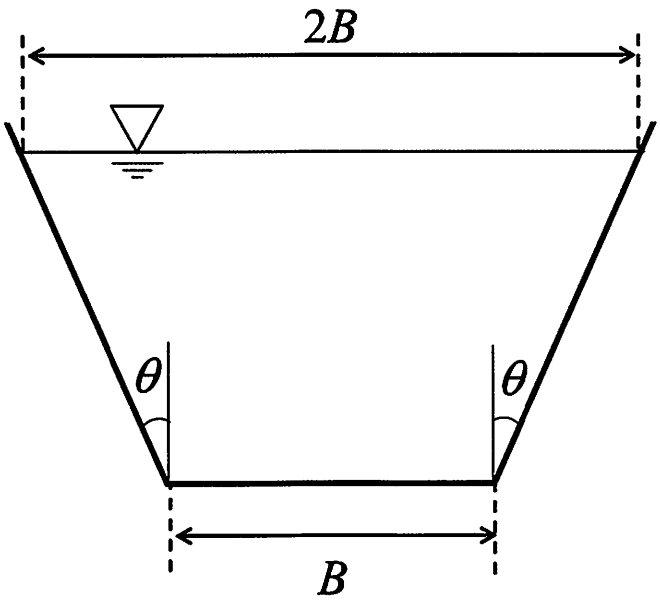


図-1　台形開水路の断面図

10 水質と環境（1）

１．次に示す水質工学の５つの語句のうち３つを選び，それぞれ説明せよ．

（１）合流式下水道

（２）生物学的脱リン法

（３）嫌気性処理

（４）汚泥容量指標

（５）汚泥滞留時間

２．BOD150mg・L^{-1}，汚水量 20,000m^3・d^{-1}の都市下水を，標準活性汚泥法で処理する．最初沈殿池での BOD 除去率は 30%である．この場合の曝気槽の設計に関する以下の問いに答えよ．

（１）曝気槽へ流入する下水の BOD を求めよ．

（２）曝気槽へ流入する下水の１日あたりの BOD 量を求めよ．

（３）BOD-SS 負荷を 0.4kg・kg^{-1}・d^{-1}とする．このために必要な曝気槽内の SS 量を求めよ．

（４）曝気槽内の SS を 2,000mg・L^{-1}とした時の，曝気槽を設計せよ．ただし，１つの曝気槽の水深は 5m，幅は 10m 以内，長さは 25m以内とする．

11 水質と環境 (2)

1. 上水道の浄化システムに関して以下の問いに答えよ.
   (1) 表面負荷率 40 $m^3/(m^2 \cdot day)$で、沈降速度 0.042 cm/sec のときの理想沈殿池で期待できる除去率はいくらか.
   (2) 上記の場合で有効水深を 4 m とし，水平流速を 20 cm/min とすると，必要な沈殿池の長さはいくらか.
   (3) ある普通沈殿池で処理水量 4500 m^3/day であり，幅 10 m，長さ 35 m，有効水深 4 m としたとき，滞留時間，平均流速，表面負荷率はそれぞれいくらか.

2. 浄水方式の種類を 3 つ挙げ，適用できる原水水質条件とともに説明せよ.

3. 上水道が都市施設としてその役割を果たすための必須の三要因を挙げ，説明せよ.

12　生物と生態（1）

1．次の事項を簡潔に説明せよ.

（1） 化学合成従属栄養微生物
（2） 生態系の構成と物質循環
（3） 生物濃縮係数
（4） 水温躍層

2．地球表面におけるCO_2固定と放出の主なフローと反応を説明せよ．また，これらの炭素挙動に基づきカーボンニュートラルのための取り組みを論じて三つの有効な方法を示せ.

13 生物と生態（2）

1. 植栽を用いた汚水処理方法である人工湿地について，その概要，及び汚水処理方法としての長所・短所を５００文字以内でまとめよ．

2. ロトカ・ヴォルテラの方程式は，生物の捕食-被食関係による個体数の変動を表現するモデルである．捕食者と被食者の個体群が共存した状況を想定し，それぞれの個体数増殖速度を二次元連立非線形常微分方程式系で表現するものであり，以下のように記述される．

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy, \quad \frac{dy}{dt} = cxy - dy$$

ここで x は被食者の個体数，y は捕食者の個体数，t は時間、a，b，c，d は正の実数の係数である．このロトカ・ヴォルテラの方程式について以下の問いに答えよ．

(1)第１式右辺の２つの項が表す生態学的意味をそれぞれ説明せよ．

(2)第２式右辺の２つの項が表す生態学的意味をそれぞれ説明せよ．

(3)ロトカ・ヴォルテラの方程式が示す捕食-被食関係が，実際の環境中で見られる状況と比べて単純化されている部分を１つ挙げ，その内容を説明せよ．

14 交通 (1)

1. ある道路上の交通流について以下の問いに答えよ．解の導出過程も示せ．この道路は単路であり，途中に合流，分流，交差点はなく，すべての車両はこの道路の上流側から流入する．

(1) 交通密度 k と平均速度 v との関係が $v=f(k)$ で示されているとき，この道路の交通容量μを示せ．ただし，$f(k)$は $0 \leq k \leq k_{\mathrm{jam}}$ で定義される関数であり，この定義域において，$f(k) \geq 0$ かつ $f(k) / f'(k) = a(k-k_{\mathrm{jam}})$が常に成立するとせよ．ただし a は正の定数であり，$f'(k)$は$f(k)$の導関数であるとする．解答中には関数fを含んでもよい．

(2) 交通密度 k と平均速度 v との関係が，(1)で定義した$f(k)$を用いて $v=2f(k)$ で示されているとき，この道路の交通容量を示せ．解答中には，(1)で定義したμを含んでもよい．

2. 基本ダイアグラムが図 1 で示される道路上のある場所で交通事故による通行止めが発生した．この通行止めは 30 分継続した．通行止め解消後，車線規制が 30 分間継続し，その結果，通行止めが行われた地点の交通容量が 1000 veh/h となった．その後車線規制は解消され，容量は 2000 veh/h に復した．道路の上流端からは常に 1000 veh/h の交通流率の定常な交通流が流入していた．この通行止めによる渋滞は道路の上流端までは到達しなかった．このとき以下の問いに答えよ．解の導出過程も示せ．この道路は単路であり，途中に合流，分流，交差点はなく，すべての車両はこの道路の上流側から流入する．

(1) 通行止めが発生してから 15 分後の渋滞長を示せ．

(2) この通行止めで発生した渋滞の継続時間（通行止めが発生してから，渋滞が道路上から完全に消えるまでの時間）を示せ．

(3) この通行止めによって発生した総遅れ時間を示せ．総遅れ時間は，すべての車両の遅れ時間（実際の旅行時間と自由流旅行時間の差）の合計と定義される．

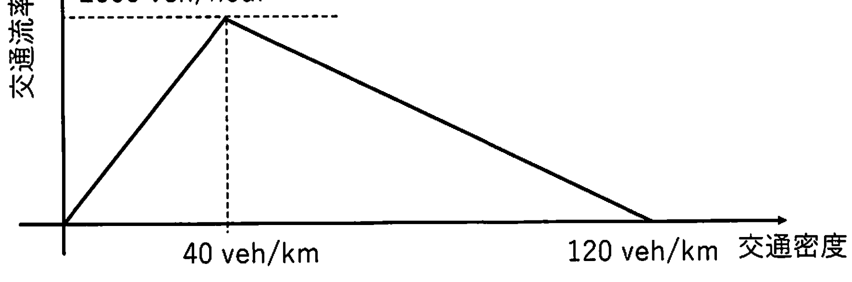


図 1 基本ダイアグラム

15 交通 (2)

$Q=10,000$ 人の通勤者が，同一の起終点間を，地下鉄か自動車の何れかの交通機関で通勤する．交通機関 i（i=1: 地下鉄，2: 自動車）の一般化交通費用 C_i は

$$C_1 = 500 + (Q_1/10)\,[\text{Yen}] \quad \text{and} \quad C_2 = 750\,[\text{Yen}], \tag{1}$$

と与えられる．ここで，Q_i は交通機関 i の交通需要である．通勤者の交通機関選択行動は，ランダム効用モデルで記述できると仮定する．すなわち，通勤者が交通機関 i を選択した時に得る効用 $\tilde{U}_i$ は $\tilde{U}_i \equiv -(C_i + \tilde{\varepsilon}_i)$ と表現され，交通機関 i の需要シェア（選択率）$P_i \equiv Q_i / Q$ は，

$$P_1 = \Pr.[\tilde{U}_1 \geq \tilde{U}_2] = \Pr.[C_2 - C_1 \geq \tilde{\varepsilon}_1 - \tilde{\varepsilon}_2] \quad \text{and} \quad P_2 = 1 - P_1, \tag{2}$$

と与えられる．ここで，$\tilde{\varepsilon}_i$ は交通機関 i の選択に伴う $E(\tilde{\varepsilon}_i)=0$ の確率的誤差項である．

確率的誤差項 $\tilde{\varepsilon} \equiv \tilde{\varepsilon}_1 - \tilde{\varepsilon}_2$ に適切な確率分布を仮定すると，地下鉄の需要シェア P_1 は，以下のような $V \equiv C_2 - C_1$ の関数で与えられる:

$$P_1 = \begin{cases} 1 & \textit{if} \quad V > 500 \\ \{1 + (V/500)\}/2 & \textit{if} \quad -500 \leq V \leq 500\,. \\ 0 & \textit{if} \quad V < -500 \end{cases} \tag{3}$$

(1) 式 (3) の需要シェア関数は，$\tilde{\varepsilon}$ の確率分布をどの様に仮定すると得られるか？

(2) 式 (1) の一般化交通費用の定義から，交通費用差 V は地下鉄需要 Q_1 の関数である: $V(Q_1) \equiv C_2 - C_1(Q_1)$．他方，地下鉄需要 Q_1 は，式 (3) の需要シェア関数から，V の関数である: $Q_1(V) \equiv Q \cdot P_1$．これらの需要・供給条件を整合的に満たす均衡状態での地下鉄需要 Q_1^* を計算せよ．

以下の問いでは，需要シェアが以下の LOGIT 型関数で与えられる場合を考えよう：

$$P_1 = 1/\{1 + \exp(-\theta V)\}, \quad \text{ここで}\theta\text{は与件の正値パラメータ}. \tag{4}$$

(3) 式 (4) の需要シェア関数は，$\tilde{\varepsilon}$ の確率分布をどの様に仮定すると得られるか？

(4) 式 (4) で $\theta \to +\infty$ とした時の均衡地下鉄需要 Q_1^∞ を計算せよ．

(5) 式 (4) で $\theta = 1/500$ とした時の均衡地下鉄需要を Q_1^{**} とする．これらの均衡需要 Q_1^*，Q_1^{**} 及び Q_1^∞ の大小関係を示せ．

(6) 期待最小費用 $E[\min.\{C_1 + \tilde{\varepsilon}_1, C_2 + \tilde{\varepsilon}_2\}]$ は，平均交通費用 $P_1 C_1 + P_2 C_2$ よりも常に小さいことを証明せよ．

16 計画数理（1）

1. 目的関数の係数の一部が正の実数 a で与えられる次の線形計画問題(LP)を考える．

$$
\begin{aligned}
\text{(LP)}\ \max_{x_1, x_2}\ & a x_1 + x_2 \\
s.t.\quad & x_1 + 4x_2 \le 16 \\
& 3x_1 + 2x_2 \le 18 \\
& x_1 \ge 0, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

(1) 図解法により実行可能集合の端点を全て列挙し，それぞれの目的関数の値を示せ．

(2) 各端点が(LP)の最適解となる時の a の範囲を求めよ．

2. 上の(LP)と同じ制約条件の下で，関数$f(x_1, x_2)$を最大化する非線形計画問題(NP)を考える．

$$
\begin{aligned}
\text{(NP)}\ \max_{x_1, x_2}\ & f(x_1, x_2) \\
s.t.\quad & x_1 + 4x_2 \le 16 \\
& 3x_1 + 2x_2 \le 18 \\
& x_1 \ge 0, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

(1) 問題(NP)に対する Karush-Kuhn-Tucker 条件を示せ．

(2) $f(x_1, x_2) = a x_1 + x_2$ に対して，$(x_1, x_2) = (4,3)$ が (NP)の最適解となる時の a の範囲を，Karush-Kuhn-Tucker 条件から導出せよ．

(3) 勾配ベクトルを用いて，(2)の結果を図示せよ．

17 計画数理 (2)

1. 図 1 のノード s を起点とするネットワーク上の最短経路問題を考える．リンク $l \in \{1,2,3,4,5,6\}$ の長さを c_l，ノード $n \in \{s,a,b,t\}$ への最短経路長を d_n で表す．最短経路長についてベルマン方程式(A)が常に成り立つ．以下の問いに答えよ．

$$\begin{cases} d_s = 0 \\ d_a = \min\{\, d_s + \boxed{1},\ d_b + \boxed{2} \,\} \\ d_b = \min\{\, d_s + \boxed{3},\ d_a + \boxed{4} \,\} \\ d_t = \min\{\, d_a + \boxed{5},\ d_b + \boxed{6} \,\} \end{cases} \tag{A}$$

(1) $\boxed{1}$ から $\boxed{6}$ を埋め，式(A)の意味を簡潔に説明せよ．

(2) $(c_1,c_2,c_3,c_4,c_5,c_6) = (1,2,x,2,4,3)$ とする．ただし，$x \geq 0$．方程式(A)を解いて (d_a,d_b,d_t) を求めよ．

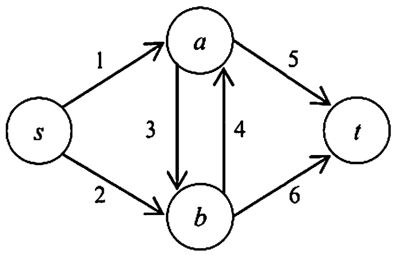


図 1

2. 状態空間 $\mathbf{S} \equiv \{1,2,3\}$ 上の離散時間マルコフ連鎖 $\{X_t\}$ （$t \in \mathbf{T} \equiv \{0,1,\ldots\}$）について考える．状態遷移図は図 2 で表される．初期状態は $X_0 = 1$ である．以下の問いに答えよ．

(1) 推移確率行列 P を求めよ．

(2) 定常分布 π を求めよ．

(3) $N \equiv \left|\, \{\, t \in \{1,\ldots,5\} \mid X_t = 3 \,\}\, \right|$ は $t=1$ から $t=5$ の期間に状態 3 に到達する回数を表す確率変数である．期待値 $\mathrm{E}[N]$ を求めよ．

(4) $T \equiv \min\{\, t \in \mathbf{T} \mid X_t = 3 \,\}$ は状態 3 に最初に到達する時間を表す確率変数である．期待値 $\mathrm{E}[T]$ を求めよ．ただし，次の公式を用いてよい：$\sum_{k=0}^{\infty} kq^k = \dfrac{1}{(1-q)^2}$ （$0 < q < 1$）．

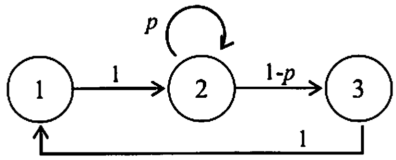


図 2