

基礎科目

1 微分積分

1. 次の極限值を求めよ. ただし, $a > 0, b > 0$ とする.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{1/x}$$

2. $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ のとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) dx および dy を求めよ.
(2) $r, dr, \theta, d\theta$ を用いて次式を表せ.

$$x dy - y dx$$

3. 次に示す xyz 空間の領域 D を考える. このとき, 以下の問いに答えよ.

$$D = \{(x, y, z) \mid y \geq 0, z \geq 0, z^2 \leq 4x, y^2 \leq x - x^2\}$$

- (1) 領域 D を図示せよ.
(2) 領域 D の体積を求めよ.
4. 次の微分方程式を解け. ここで, e は自然対数の底である.

$$y'' - 2y' + 2y - e^x - 2x = 0$$

基礎科目

2 線形代数

1. 以下の線形方程式の基本解を求めよ.

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 0$$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 0$$

2. 行列 A について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (1) A の階数を求めよ.
- (2) A の行列式を求めよ.
- (3) A のすべての固有値を求めよ.
- (4) A の各固有値に対する固有ベクトルを求めよ.
- (5) 行列 A は対角化可能か否かを調べよ.

基礎科目

3 確率統計

1. 下記に示す条件の4つの箱がある.
- ・第1の箱には2000個の部品が入っており, そのうち5%が不良品である.
 - ・第2の箱には500個の部品が入っており, そのうち35%が不良品である.
 - ・第3と第4の箱には, それぞれ1000個の部品が入っていて, 20%が不良品である.
- ここで, 箱をランダムに1つ選び, 選んだ箱からランダムに1個の部品を取り出す.
- (1) 取り出した部品が不良品である確率を計算せよ.
- (2) 取り出した部品が不良品であることが分かった. この時, その不良品が第2の箱から取り出されている確率を計算せよ.

2. 下記の条件に従って矩形(長方形または正方形)の面積を計算する.
- ・縦と横の真の寸法はそれぞれ μ_x, μ_y , 真の面積は $A = \mu_x \mu_y$ である.
 - ・縦と横の計測値(観測誤差を含んでいる)を用いて面積を推定する.
 - ・ n 回の寸法計測に基づいて, 下記の2つの面積推定量 A_a, A_b を計算する.

$$A_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i Y_i, \quad A_b = \bar{X} \bar{Y}$$

ここで, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ である. なお, (X_i, Y_i) は計測された寸法の組(縦, 横)を表す.

以上を踏まえて, 縦と横の計測値を確率変数 X, Y , 両者の積を $Z = XY$ とする. X と Y の平均は μ_x と μ_y , 分散は σ_x^2 と σ_y^2 である. また, (X_i, Y_i) は無作為抽出, X と Y は互いに独立である時, 以下の問いに答えよ.

- (1) 推定量 A_a と A_b は共に面積 A の不偏推定量であることを示せ.
- (2) Z の分散 $E[(Z - A)^2]$ を $\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2$ を用いて表わせ.
- (3) 推定量 A_a の分散 $E[(A_a - A)^2]$ を $\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, n$ を用いて表わせ.
- (4) 推定量 A_b の分散 $E[(A_b - A)^2]$ を $\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, n$ を用いて表わせ.
- (5) $\mu_x = \mu_y = 1, \sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 0.5, n = 10$ の時, 推定量 A_a, A_b の分散比を計算せよ.

基礎科目

4 生物・生態学

1. ウイルスの一般的な特性に関する次の問に答えよ.
 - (1) ウイルスとプラスミドはどのように異なるか.
 - (2) バクテリオファージとは何か.
 - (3) エンベロープウイルスの外殻構造の特徴は何か.

2. 地球規模の炭素循環に関する次の問に答えよ.
 - (1) 大気圏, 土壌圏, 海洋圏のそれぞれに存在する炭素の主な形態は何か.
 - (2) 大気圏, 土壌圏, 海洋圏の中で最も炭素の存在量が多いのはどこか.
 - (3) 二酸化炭素の世界平均濃度が1年の中で周期的に変動するのはなぜか.
 - (4) 二酸化炭素の世界平均濃度は経年増加している. その主な原因を3つあげよ.
 - (5) カーボンニュートラルとは何か.